ਡਿਸਟੈਂਸ ਐਜੂਕੇਸ਼ਨ ਵਿਭਾਗ
ਪੰਜਾਬੀ ਯੂਨੀਵਰਸਿਟੀ, ਪਟਿਆਲਾ

ਕਲਾਸ : ਬੀ.ਏ. (ਅਰਥ-ਵਿਗਿਆਨ) ਭਾਗ ਤੀਜਾ ਸਮੈਸਟਰ ਛੇਵਾਂ

ਪੇਪਰ - ਦੂਜਾ (ਮਾਤਰਾਤਮਕ ਵਿਧੀਆਂ) ਯੂਨਿਟ : 2

ਮੀਡੀਅਮ : ਪੰਜਾਬੀ

ਪਾਠ ਨੰ.

2.1 : ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

2.2 : ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

2.3 : ਸੂਚਕ ਅੰਕ **(Index Number)**

2.4 : ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ **(Time Series Analysis)**

Department website : www.pbidde.org

ਪਾਠ ਨੰ: 2.1 ਲੇਖਕ : ਡਾ. ਰਮੇਸ਼ ਕੁਮਾਰ ਬਾਂਸਲ

ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ
(Correlation Analysis)

ਪਾਠ ਦੀ ਰੂਪ ਰੇਖਾ

I. ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)
II. ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼
III. ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ
 1. ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਮਤਲਬ
 2. ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ
 3. ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਮਾਪਣ ਦੇ ਢੰਗ
  (ੳ) ਗਰਾਫ ਵਿਧੀ
  (ਅ) ਬੀਜ–ਗਣਿਤ ਵਿਧੀ
  \ (i) ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਵਿਧੀ
   (ii) ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦਾ ਰੈਂਕ ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਵਿਧੀ
 4. ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸਤਾਵਾਂ
IV. ਸਾਰ
V. ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸ਼ਬਦ
VI. ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਪੁਸਤਕ ਸੂਚੀ
VII. ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ
 (i) ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ
 (ii) ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

I. ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀ ਇੱਕ ਤੱਤ (Variable) ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਮਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸਲੀ ਜਿੰਦਰਗੀ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੱਤਾਂ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਮਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਕਿਸਮ ਦੀਆਂ ਲੜੀਆਂ ਨੂੰ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤੱਤਾਂ (Bivariate) ਵਾਲੀਆਂ ਲੜੀਆਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਕਰ ਦੋਨਾਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਤੱਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਹੋਣ ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਦੋਨਾਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਜਿਵੇਂ ਪਤੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ ਅਤੇ ਪਤਨੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਅਤੇ ਮੰਗ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਹੈ ਉਸ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਵਿੱਚ ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਆਧਾਰ ਭੂਤ ਧਾਰਨਾ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਫਰਾਂਸ ਦੇ ਖਗੋਲ ਵਿਗਿਆਨੀ ਬਰੈਵਿਸ (Bravais) ਦੁਆਰਾ ਕੀਤੀ ਗਈ। ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਤਕਨੀਕ ਦੀ ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਵਿਆਖਿਆ ਸਰ ਫਰਾਂਸਿਸ ਗਾਲਟਿਨ (Sir Francis Galton) ਨੇ ਕੀਤੀ। ਸੰਨ 1896 ਵਿੱਚ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ (Karl Pearson) ਨੇ ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਆਖਿਆ ਸਹਿ–ਸੰਬੰਧ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ।

II. ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼

(i) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

(ii) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

(iii) ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

(iv) ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦਾ ਦਰਜਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

(v) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀਆਂ ਵਿਸੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

III. ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

(i) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਮਤਲਬ

1. ਜਦੋਂ ਦੋ ਤੱਤ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਰਹੇ ਹੋਣ ਜਾਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਰਹੇ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਤੱਤ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਕਾਰਣ ਬਣੇ ਤਾਂ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

Croxton ਅਤੇ Cowden ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ "When the relationship is of quantitative nature, the appropriate statistical tool for discovering and measuring the relationship and expressing it in a brief formula is known as correlation"

L.R. Conner ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "If two or more quantities vary in sympathy so that movements is one tend to be accompanied by corresponding movements in the other (s) then they are said to be correlated".

ਇਨ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰੀਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸੰਖਿਅਕੀ ਢੰਗ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦੀ ਆਪਸੀ ਬਦਲੀ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

2. ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ

ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ, ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਡਿਗਰੀ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀਆਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਹਨ:

(ੳ) ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ (Positive correlation and Negative Correlation)

(ਅ) ਸਾਧਾਰਣ, ਆਂਸ਼ਿਕ ਅਤੇ ਬਹੁ ਖੰਡੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ (Simple, Partial and Multiple Correlation)

(ੲ) ਰੇਖਿਕ ਅਤੇ ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ (Linear and non-linear correlation)

(ੳ) ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਜਿਸ ਸਮੇਂ ਦੋਵੇਂ ਤੱਤ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾਂ ਵਲ ਬਦਲਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਰਥਾਤ ਜੇ x ਤੇ y ਦੋ ਤੱਤ ਹਨ ਅਤੇ x ਅਤੇ y ਦੋਵਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਘੱਟਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੋਵੇਗਾ। ਪੂਰਤੀ ਦਾ ਨਿਯਮ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ। ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਉਦਾਹਰਣ ਰਾਹੀਂ ਵੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

X	Y	ਜਾਂ	X	Y
3	5		50	25
6	7		40	20
9	9		30	16
12	12		20	12
15	14		10	9

ਉਪਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦੋਹਾਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਤੱਤ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਹਾਂ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੈ।

ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਜਿਸ ਸਮੇਂ ਦੋਵੇਂ ਤੱਤ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਤਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੋਵੇਗਾ ਅਰਥਾਤ ਜੇ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧਦਾ ਹੈ ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਘੱਟਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸ ਦੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੋਵੇਗਾ। ਮੰਗ ਦਾ ਨਿਯਮ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਉਦਾਹਰਣ ਹੈ ਇਥੇ ਮੰਗ ਅਤੇ ਕੀਮਤ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਦੇ ਹਨ। ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਰਾਹੀਂ ਵੀ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

X	Y	ਜਾਂ	X	Y
5	2		2	50
4	4		4	45
3	7		6	35
2	9		8	20
1	12		10	10

ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਹਾਂ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ x ਅਤੇ y ਦੋਵੇਂ ਤੱਤ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲ ਰਹੇ ਹਨ।

(ਅ) ਸਾਧਾਰਣ, ਆਂਸ਼ਿਕ ਅਤੇ ਬਹੁ-ਖੰਡੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ :

ਸਾਧਾਰਣ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ :

ਜਦੋਂ ਕੇਵਲ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਵੇਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਣ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਪਤੀ ਪਤਨੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਅਧਿਐਨ, ਮੰਗ ਦਾ ਨਿਯਮ ਸਾਧਾਰਣ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਆਂਸ਼ਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਜੇ ਸਾਡੇ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਤੱਤ ਹੋਣ ਪਰ ਇੱਕ ਨਿਸਚਿਤ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਹੀ ਸੰਬੰਧ ਵੇਖੀਏ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੇ ਤਤਾਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦੇਈਏ ਤਾਂ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਆਂਸ਼ਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਕਣਕ ਦੇ ਉਤਪਾਦਨ ਉਪਰ ਖਾਦ, ਬੀਜ ਅਤੇ ਸਿੰਚਾਈ ਦਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਣਕ ਦੇ ਉਤਪਾਦਨ ਅਤੇ ਸਿੰਚਾਈ ਦਾ ਸੰਬੰਧ ਵੇਖੀਏ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਤੱਤ ਖਾਦ ਅਤੇ ਬੀਜ ਆਦਿ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਰਖੀਏ ਤਾਂ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਆਂਸ਼ਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਹੋਵੇਗੀ।

ਬਹੁ-ਖੰਡੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

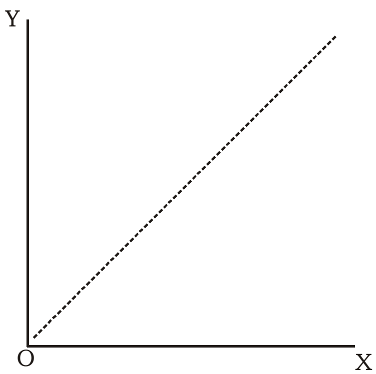
ਜੇ ਸਾਡੇ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਤੱਤ ਹੋਣ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਇਕੱਠਾ ਸੰਬੰਧ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਬਹੁ-ਖੰਡੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਣਕ ਦੇ ਉਤਪਾਦਨ ਉਪਰ ਖਾਦ ਅਤੇ ਸਿੰਚਾਈ ਦਾ ਪ੍ਰਭਾਵ ਇਕੱਠਾ ਵੇਖੀਏ ਤਾਂ ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਬਹੁ-ਖੰਡੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ੲ) ਰੇਖਿਕ ਅਤੇ ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

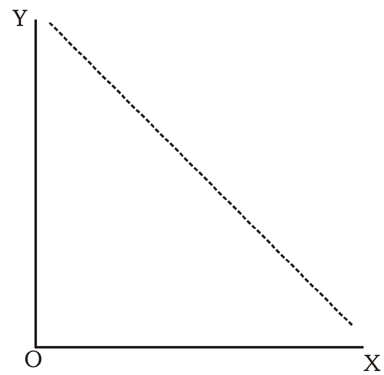
ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਜਦੋਂ ਦੋ ਤੱਤਾਂ x ਅਤੇ y ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਸਥਿਰ ਦਰ ਤੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ ਕਰ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਕੇ ਗਰਾਫ ਪੇਪਰ ਤੇ ਦਰਸਾਈਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਣ ਰਾਹੀਂ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਕੀਮਤ (ਰੁਪੈ)	1	2	3	4	5
ਪੂਰਤੀ (ਇਕਾਈਆਂ)	5	10	15	20	25



ਰੇਖਿਕ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ



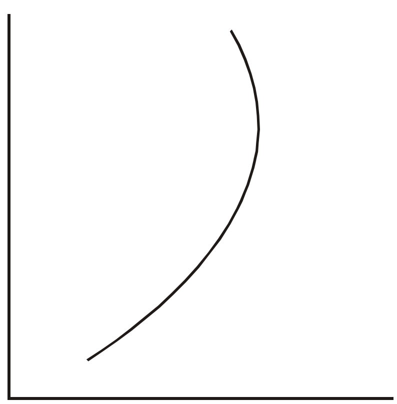
ਰੇਖਿਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

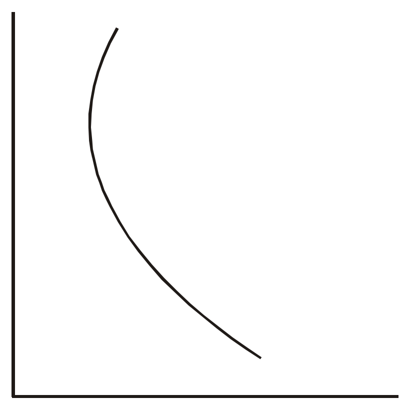
ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ ਕਰ ਇੱਕ ਤੱਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਦੀ ਦਰ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ ਅਜਿਹੇ ਤੱਤਾਂ ਨੂੰ ਗਰਾਫ ਪੇਪਰ ਤੇ ਦਰਸਾਉਣ ਨਾਲ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ। ਅਰਥ ਸ਼ਾਸਤਰ ਵਿੱਚ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਆਮਦਨ ਦੁੱਗਣੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਖਰਚਾ ਦੁਗਣਾ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿਵੇਂ :

ਆਮਦਨ (ਰੁਪੈ)	2000	3000	4000	5000
ਖਰਚਾ (ਰੁਪੈ)	1400	2000	2500	2800

ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।


ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ ਸੰਬੰਧ


ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਮਾਪਣ ਦੇ ਢੰਗ

- ਗਰਾਫ ਵਿਧੀ (Graphic Method)
  - ਖਿਲਰੇ ਚਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵਿਧੀ (Scatter Diagram Method)
  - ਗਰਾਫਿਕ ਵਿਧੀ
- ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਵਿਧੀ (Algebraic Method)
  - ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਗੁਣਾਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ (Karl Pearson Coefficient of Correlation)
  - ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦਾ ਦਰਜਾ ਗੁਣਾਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ (Spearman's Rank Correlation Coefficient)
  - ਕੰਨਕੂਰੈਂਟ ਡੇਵੀਏਸ਼ਨ ਵਿਧੀ (Concurrent Deviation Method)

ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਮਾਪਣ ਦੇ ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਸੀਂ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਅਤੇ ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦਾ ਦਰਜਾ ਗੁਣਾਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

3 (ਅ) (i) ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ

ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰਨ ਲਈ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰੀਆਂ ਵਲੋਂ ਦਿੱਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਸਲੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਦੇ ਸੂਤਰ ਨੂੰ ਵਧੇਰੇ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਂਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸੂਤਰ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਨਾਮ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਹੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸੂਤਰ ਦੁਆਰਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਨੂੰ r ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪੀਅਰਸਨ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਸੂਤਰ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਹੈ :

$$r = \frac{\sum xy}{N\sigma_x \times \sigma_y}$$

ਜਿਥੇ $x = X - \overline{X}$, $y = Y - \overline{Y}$

$\sigma_x = x$ ਤੱਤ ਦਾ ਪਰੀਮਾਪ ਵਿਚਲਨ (S.D.)

$\sigma_y = y$ ਤੱਤ ਦਾ ਪਰੀਮਾਪ ਵਿਚਲਨ (S.D.)

N = ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਦੋ ਪੱਦੀ ਜੋੜਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ। ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਉਪਰ ਦਿੱਤੇ ਸੂਤਰ ਦੇ ਬਜਾਏ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤਾ ਸਾਦਾ ਸੂਤਰ ਵਰਤਾਂਗੇ।

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2}\sqrt{\sum y^2}} \quad \text{ਜਿੱਥੇ} \quad \begin{matrix} x = X - \overline{X} \\ y = Y - \overline{Y} \end{matrix}$$

ਉਦਾਹਰਣ 1 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ :

X :	48	35	17	23	47
Y :	45	20	40	25	45

ਹੱਲ :

		(X - 34)	(Y-35)			
X	Y	x	y	x^2	y^2	xy
48	45	14	10	196	100	140
35	20	1	-15	1	225	-15
17	40	-17	5	289	25	-85
23	25	-11	-10	121	100	110
47	45	13	10	169	100	130
$\sum X$ =170	$\sum Y$ =175	0	0	776	550	280

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{170}{5} = 34 \qquad \overline{Y} = \frac{\sum Y}{N} = \frac{175}{5} = 35$$

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2}\sqrt{\sum y^2}} = \frac{280}{\sqrt{776}\,\sqrt{550}}$$

$$= \frac{280}{653.299} = 0.429$$

ਲਘੂ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਗਣਨਾ :

(Calculation of coefficient of correlation short cut method Or when deviations are taken from an assumed mean)

ਜਦੋਂ ਅਸਲ ਔਸਤ ਪੂਰਨ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਵੇ ਅਰਥਾਤ ਫਰੈਕਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਆਏ ਤਾਂ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦਾ ਉਪਰ ਦੱਸਿਆ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਸੂਤਰ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕੱਢਣ ਲਈ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਦਾ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਸੂਤਰ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$r = \frac{\sum dx\ dy - \frac{\sum dx \sum dy}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}}}$$

ਜਿਥੇ : $dx = X - Ax$ $Ax = x$ ਦਾ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ

$dy = Y - Ay$ $Ay = y$ ਦਾ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਹੇਠ 10 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਅੰਗਰੇਜੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਹਨ ਇਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅੰਗਰੇਜੀ ਵਿੱਚ ਅੰਕ :	10	25	13	25	22	11	12	25	21	20
ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਅੰਕ :	12	22	16	15	18	18	17	23	24	17

ਹੱਲ

	dx	dx^2		dy	dy^2	
X	X-18	$(X-18)^2$	Y	(Y-18)	$(Y-18)^2$	dxdy
10	-8	64	12	-6	36	48
25	7	49	22	4	16	28
13	-5	25	16	-2	4	10
25	7	49	15	-3	9	-21
22	4	16	18	0	0	0
11	-7	49	18	0	0	0
12	-6	36	17	-1	1	6
25	7	49	23	5	25	35
21	3	9	24	6	36	18
20	2	4	17	−1	1	−2
	$\sum dx = 4$	350		2	128	122

ਅਸੀਂ x ਅਤੇ y ਲਈ 18 ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ

$$r = \frac{\sum dx\ dy - \frac{\sum dx \times \sum dy}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}}}$$

$$r = \frac{122 - \frac{4 \times 2}{10}}{\sqrt{350 - \frac{(4)^2}{10}}\sqrt{128 - \frac{(2)^2}{10}}}$$

$$r = \frac{122 - 0.8}{\sqrt{348.4}\sqrt{127.6}} = \frac{121.2}{210.845} = 0.575$$

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਖੇਡਣ ਦੀ ਆਦਤ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਮਰ :	15	16	17	18	19	20
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ :	250	200	150	120	100	80
ਰੈਗੂਲਰ ਖਿਡਾਰੀ :	200	150	90	48	30	12

ਹੱਲ : ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਖੇਡਣ ਦੀ ਆਦਤ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ ਸੋ ਅਸੀਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਖੇਡਣ ਦੀ ਆਦਤ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਖਿਡਾਰੀਆਂ ਦੀ ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ :	250	200	150	120	100	80
ਰੈਗੂਲਰ ਖਿਡਾਰੀ :	200	150	90	48	30	12
ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਖਿਡਾਰੀ :	80	75	60	40	30	15

ਉਮਰ (X)	ਪ੍ਰਤੀਸ਼ਤ ਖਿਡਾਰੀ Y	x-17 dx	y-60 dy	dx^2	dy^2	dxdy
15	80	-2	20	4	400	-40
16	75	-1	15	1	225	-15
17	60	0	0	0	0	0
18	40	1	-20	1	400	-20
19	30	2	-30	4	900	-60
20	15	3	-45	9	2025	-135
		3	-60	19	3950	-270

$$r = \frac{\sum dx\ dy - \frac{\sum dx \times \sum dy}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}}\sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}}}$$

$$r = \frac{-270 - \frac{3(-60)}{6}}{\sqrt{19 - \frac{(3)^2}{6}}\sqrt{3950 - \frac{(-60)^2}{6}}}$$

$$r = \frac{-270 + 30}{\sqrt{19 - 1.5}\sqrt{3950 - 600}} = \frac{-240}{\sqrt{17.5}\sqrt{3350}}$$

$$r = \frac{-240}{242.126} = -0.99$$ ਉੱਤਰ

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਇੱਕ ਕੰਪਿਊਟਰ ਨੇ x ਅਤੇ y ਲੜੀ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਕੱਢਦੇ ਸਮੇਂ ਹੇਠ ਦੱਸੇ ਸਥਿਰ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ।

$$N = 30, \sum X = 120, \sum Y = 90, \sum X^2 = 600, \sum Y^2 = 250, \sum XY = 356$$

ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਸਮੇਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਾ ਕਿ ਕੰਪਿਊਟਰ ਨੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਮੱਦਾਂ ਗਲਤ ਲੈ ਲਈਆਂ

X	Y
8	10
12	7

ਜਦ ਕਿ ਸਹੀ ਮੱਦਾਂ ਇਹ ਸਨ

X	Y
8	12
10	8

ਠੀਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ।

$$\sum X = 120, \sum X^2 = 600, \sum Y = 90, \sum Y^2 = 250, \sum XY = 356, N = 30$$

ਗਲਤ ਮੱਦਾਂ

X	Y
8	10
12	7

ਸਹੀ ਮੱਦਾਂ

X	Y
8	12
10	8

ਸਹੀ $\sum X = 120 - (8+12) + (8+10) = 118$

$$\sum Y = 90 - (10+7) + (12 + 8) = 93$$

$$\sum X^2 = 600 - (8)^2 - (12)^2 + (8)^2 + (10)^2 = 556$$

ਸਹੀ $\sum Y^2 = 250 - (10)^2 - (7)^2, + (12)^2 + (8)^2 = 309$

$$\sum XY = 356 - (8x10) - (12x7) + (8x12) + (10x8) = 368$$

ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਦੇ ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਠੀਕ ਮੁੱਲ ਭਰ ਕੇ

$$r = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}\sqrt{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}}}$$

$$r = \frac{368 - \frac{118 \times 93}{30}}{\sqrt{556 - \frac{(118)^2}{30}}\sqrt{309 - \frac{(93)^2}{30}}}$$

$$r = \frac{368 - 365.8}{\sqrt{556 - 464.13}\ \sqrt{309 - 288.3}}$$

$$= \frac{2.2}{\sqrt{91.87}\ \sqrt{20.7}} = \frac{2.2}{43.608}$$

$$r = 0.05$$

ਸੋ ਸਹੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ = 0.05 ਹੈ।

ਅ (ii) ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦਾ ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਵਿਧੀ :

ਕਈ ਵਾਰ ਕੁੱਝ ਤੱਤ ਅਜਿਹੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾ ਦਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਸਕੇਲ ਉਪਰ ਮਾਪਿਆ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਇਹ ਸਮੱਸਿਆ ਉਦੋਂ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਗੁਣਾਤਮਕ ਪੱਖ ਜਿਵੇਂ ਇਮਾਨਦਾਰੀ, ਗਰੀਬੀ ਅਤੇ ਸੁੰਦਰਤਾ ਆਦਿ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਚਾਰਲਸ ਐਡਵਰਡ ਸਪੀਅਰਮੈਨ (Charles Edward Spearman) ਨੇ ਅਜਿਹੇ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਤਰੀਕਾ 1904 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ। ਇਹ ਵਿਧੀ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਰੈਂਕ ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਹੈ।

ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਧੀ ਨਿਮਨ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ।

$$r_k \text{ ਜਾਂ } \rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)} \text{ ਜਾਂ } 1 - \frac{6\sum D^2}{N^3 - N}$$

ਜਿੱਥੇ D ਜੋੜੀਦਾਰ ਪੱਦਾਂ ਦੇ ਰੈਂਕ ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੈ। ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(a) ਜਦੋਂ ਰੈਂਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ (when ranks are given)

(b) ਜਦੋਂ ਰੈਂਕ ਨਾ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ (when ranks are not given)

(c) ਜਦੋਂ ਰੈਂਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ (when ranks are equal)

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਦਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਦੋ ਵਿਸ਼ੇ, ੳ ਅਤੇ ਅ ਵਿੱਚ ਰੈਂਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ :

ੳ :	6	5	3	10	2	4	9	7	8	1
ਅ :	3	8	4	9	1	6	10	7	5	2

ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

R_1	R_2	D $(R_1 - R_2)$	D^2
6	3	3	9
5	8	-3	9
3	4	-1	1
10	9	1	1
2	1	1	1
4	6	-2	4
9	10	-1	1
7	7	0	0
8	5	3	9
1	2	-1	1
			$\sum D^2 = 36$

$$r_k \ or \ \rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N\ (N^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \times 36}{10\ (10^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{216}{990} = 1 - 0.218 = 0.782$$

(b) ਜਦੋਂ ਰੈਂਕ ਨਾ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ :

ਕਈ ਵਾਰ ਅਜਿਹਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਅਸਲ ਅੰਕੜੇ ਹੀ ਦਿੱਤੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਪਤਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਪੱਦਾਂ ਨੂੰ ਰੈਂਕ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਰੈਂਕ ਦੇਣ ਸਮੇਂ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ (one) ਰੈਂਕ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰੈਂਕ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਰੈਂਕ ਦੇਣ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਦੋਨੋਂ ਪੱਦਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਰੈਂਕ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਘਰੇਲੂ ਪ੍ਰੀਖਿਆ (x) ਅਤੇ ਸਲਾਨਾ ਪ੍ਰੀਖਿਆ (y) ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ :

ਰੋਲ ਨੰਬਰ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X :	10	15	12	17	13	16	24	14	22
Y :	30	42	45	46	33	34	40	35	39

ਹੱਲ : ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦਾ ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਲੜੀ x ਅਤੇ y ਦੇ ਪੱਦਾਂ ਨੂੰ ਰੈਂਕ ਦੇਵਾਂਗੇ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਨੂੰ ਪਹਿਲਾ ਰੈਂਕ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ਅਤੇ ਫੇਰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਛੋਟੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ 2, 3, 4, ... ਆਦਿ ਰੈਂਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਣਗੇ।

X	Y	R_1	R_2	D (R_1-R_2)	D^2
10	30	9	9	0	0
15	42	5	3	2	4
12	45	8	2	6	36
17	46	3	1	2	4
13	33	7	8	-1	1
16	34	4	7	-3	9
24	40	1	4	-3	9
14	35	6	6	0	0
22	39	2	5	-3	9
					$\sum D^2 = 72$

$$r_k \ or \ \rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 72}{9\ (9^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \times 72}{9 \times 80}$$

$= 1 - 0.6 = 0.4$

(c) ਜਦੋਂ ਰੈਂਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ :

ਕਈ ਵਾਰ ਜਦੋਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਰੈਂਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਕੁੱਝ ਮੱਦਾਂ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਇਸ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਮੱਦਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਰੈਂਕ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਬਰਾਬਰ ਰੈਂਕ ਉਨ੍ਹਾਂ ਰੈਂਕਾਂ ਦੀ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਰੈਂਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦੇ ਉਪਰ ਦੱਸੇ ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਤਬਦੀਲੀ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।ਅਜਿਹੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਸੂਤਰ ਵਿੱਚ $\sum D^2$ ਵਿੱਚ $\frac{1}{12}(m^3 - m)$ ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਥੇ m ਉਨ੍ਹਾਂ ਰੈਂਕਾਂ ਦਾ ਨੰਬਰ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਰੈਂਕ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਇਹ ਚੇਤੇ ਰੱਖਣ ਵਾਲੀ ਗੱਲ ਹੈ ਕਿ ਹਰ ਇੱਕ repeated value ਲਈ ਹੀ ਇਹ ਭਾਗ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

$$\rho = 1 - \frac{6\left[\sum D^2 + \frac{1}{12}(m^3 - m) + \frac{1}{12}(m^3 - m) + - - \cdots\right]}{N\,(N^2 - 1)}$$

ਉਦਾਹਰਣਾ : ਅੱਠ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਅਕਾਊਂਟੈਂਸੀ ਅਤੇ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਅੰਕ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅਕਾਊਂਟੈਂਸੀ ਵਿੱਚ ਅੰਕ :	15	20	28	12	40	60	20	80
ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨ ਵਿੱਚ ਅੰਕ :	40	30	50	30	20	10	30	60

ਹੱਲ :

ਅਕਾਊਂਟੈਂਸੀ ਦੇ ਅੰਕ	ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨ ਦੇ ਅੰਕ	R_1	R_2	D $(R_1 - R_2)$	D^2
x	y				
15	40	2	6	-4	16.00
20	30	3.5	4	-0.5	0.25
28	50	5	7	-2	4.00
12	30	1	4	-3	9.00
40	20	6	2	4	16.00
60	10	7	1	6	36.00
20	30	3.5	4	-0.5	0.25
80	60	8	8	0	0
					$\sum D^2 = 81.5$

X ਲੜੀ ਦਾ ਅੰਕ 20 ਦੋ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੀਸਰੀ ਅਤੇ ਚੌਥੀ ਥਾਂ ਆਉਂਦੀ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\frac{3+4}{2} = 3.5$ ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਰੈਂਕ ਲਿਆ ਜਾਵੇਗਾ ਕਿਉਂ 20 ਅੰਕ ਦੋ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਇਥੇ m = 2 ਹੋਵੇਗਾ।ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ y ਲੜੀ ਦਾ ਅੰਕ 30 ਤਿੰਨ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਥਾਂ

ਤੀਸਰੀ, ਚੌਥੀ ਅਤੇ ਪੰਜਵੀ ਹੈ ਸੋ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਬਰਾਬਰ ਰੈਂਕ $\frac{3+4+5}{3}=4$ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਤੇ m = 3 ਹੋਵੇਗਾ।

$$\rho = 1 - \frac{6\left[\sum D^2 + \frac{1}{12}(m^3-m)+\frac{1}{12}(m^3-m)\right]}{N(N^2-1)}$$

ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਤੇ

$$\rho = 1 - \frac{6\left[81.5+\frac{1}{12}(2^3-2)+\frac{1}{12}(3^3-3)\right]}{8(8^2-1)}$$

$$1 = \frac{6(81.5+0.5+2)}{504}$$

$$\rho = 1 - \frac{6\times 84}{504} = 1 - \frac{504}{504}$$

P = 1 - 1 = 0

ਉਦਾਹਰਣ 8 : ਦਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਦੋ ਵਿਸ਼ਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ 0.5 ਹੈ। ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਤੇ ਪਤਾ ਲੱਗਾ ਕਿ ਦੋ ਰੈਂਕਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਗਲਤੀ ਨਾਲ 7 ਦੀ ਥਾਂ 3 ਲੈ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਠੀਕ ਰੈਂਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਕੀ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

$$\rho = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

ਦਿੱਤਾ ਹੈ $N = 10, \rho = 0.5$

ਦੋ ਰੈਂਕਾਂ ਦਾ ਗਲਤ ਅੰਤਰ = 3

ਦੋ ਰੈਂਕਾਂ ਦਾ ਠੀਕ ਅੰਤਰ = 7

$$0.5 = 1 - \frac{6\sum D^2}{10(10^2-1)}$$

$$0.5 = 1 - \frac{6\sum D^2}{990}$$

ਜਾਂ $$\frac{6\sum D^2}{990} = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$6\sum D^2 = 0.5 \times 990 = 495$$

$$\sum D^2 = \frac{495}{6} = 82.5$$

ਠੀਕ $\sum D^2$ = ਗਲਤ $\sum D^2$ – (ਗਲਤ ਅੰਤਰ)^2 + (ਸਹੀ ਅੰਤਰ)^2

$= 82.5 - (3)^2 + (7)^2$

$= 82.5 - 9 + 49 = 122.5$

ਹੁਣ ਠੀਕ :

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 122.5}{10\,(10^2 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{735}{990} = 1 - 0.742 = 0.258$$

4. **ਸਹਿ ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸਤਾਵਾਂ :**

(Properties of coefficient of correlation)

(i) ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ – 1 ਅਤੇ + 1 ਵਿਚਕਾਰ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ $-1 \leq r \leq 1$

(ii) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਅਤੇ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਨਾਲ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

(iii) ਦੋ ਸੁਤੰਤਰ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਪਰ ਇਹ ਜਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਜੇ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਨਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਸੁਤੰਤਰ ਤੱਤ ਹੀ ਹੋਣਗੇ।

(iv) **ਸਾਰ** : ਜਦੋਂ ਦੋ ਤੱਤ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਰਹੇ ਹੋਣ ਜਾਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਰਹੇ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇੱਕ ਤੱਤ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਕਾਰਣ ਬਣੇ ਤਾਂ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਕਿਸਮਾਂ – ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ, ਸਾਧਾਰਣ, ਆਂਸ਼ਿਕ ਅਤੇ ਬਹੁ-ਖੰਡੀ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ, ਰੇਖਿਕ ਅਤੇ ਨਾਨ-ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਮੁੱਖ ਤਰੀਕਾ ਕਾਰਲ ਪੀਅਰਸਨ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਪਰ ਗੁਣਾਤਮਕ ਪੱਖਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਸਪੀਅਰਮੈਨ ਦੀ ਰੈਂਕ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।ਸਹਿ ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਹਮੇਸ਼ਾ – 1 ਅਤੇ +1 ਵਿੱਚਕਾਰ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(v) ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸ਼ਬਦ

ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ

ਸਕਾਰਾਤਮਕ ਸਹਿ – ਸੰਬੰਧ

ਰਿਣਾਤਮਕ ਸਹਿ – ਸੰਬੰਧ

ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ – ਸੰਬੰਧ

ਨਾਨ – ਰੇਖਿਕ ਸਹਿ – ਸੰਬੰਧ

(vi) ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਪੁਸਤਕ ਸੂਚੀ (Suggested Books)

S.P. Gupta : Statistical Methods

P.S. Grewal : Numerical Methods of Statistical Analysis

S.L. Aggarwal : Quantitative Techniques

and

S.L. Bhardwaj :

VII. ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ

(i) ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

1. What is correlation?
2. Define Karl Pearson's Coefficient of correlation.
3. What is rank correlation.
4. Distinguish between positive and negative correlation.

(ii) ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

1. Discuss the different methods of finding out correlation.
2. Find the Karl Pearson's coefficient of correlation from the following data :

X :	64	65	66	67	68	69	70
Y :	66	67	65	68	70	68	72

3. From the following data calculate the rank correlation coefficient :

X :	48	33	40	9	16	16	65	24	16	57
Y :	13	13	24	6	15	4	20	9	6	19

4. From the following data find the correlation coefficient between age and playing habit :

Age (years)	No. of Students	Regular Players
15-16	200	150
16-17	270	162
17-18	340	170
18-19	360	180
19-20	400	180
20-21	200	120

ਪਾਠ ਨੰ: 2.2　　　　ਲੇਖਕ : ਡਾ. ਰਮੇਸ਼ ਕੁਮਾਰ ਬਾਂਸਲ

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

ਪਾਠ ਦੀ ਰੂਪ ਰੇਖਾ

I. ਭੂਮਿਕਾ
II. ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼
III. ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ
  (i) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦਾ ਮਤਲਬ
  (ii) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਸਮ- ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ
  (iii) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ
  (iv) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ
  (v) ਵਿਚਲਨ ਵਿਧੀ
  (vi) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ
IV. ਸਾਰ
V. ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸ਼ਬਦ
VI. ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਪੁਸਤਕ ਸੂਚੀ
VII. ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ
  (i) ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ
  (ii) ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

I. ਭੂਮਿਕਾ

ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਬਾਰੇ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਹੋਣ ਕਾਰਣ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤੱਤ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦਿੱਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨ ਦਾ ਸਿਧਾਂਤ ਜਿਸ ਰਾਹੀਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਦਾ ਸਬਦ ਕੋਸ਼ੀ ਅਰਥ ਵਾਪਸੀ, ਪਿਛਾਂਹ ਵੱਲ ਸੰਬੰਧ ਜਾਂ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਵੱਲ ਝੁਕਾਅ ਤੋਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸ਼ਬਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਰ ਫਰਾਂਸਿਸ ਗਾਲਟਨ (Sir Francis Galton) ਨੇ ਸੰਨ 1877 ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਉਚਾਈ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਚਾਈ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਕੀਤੀ। ਉਸਨੇ ਆਪਣੇ ਅਧਿਐਨ, "Regression Towards Mediocity in Hereditory Stature" ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਕਿ ਲੰਬੇ ਮਾਤਾ ਪਿਤਾ ਦੇ ਬੱਚੇ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਲੰਬੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਛੋਟੇ ਕੱਦ ਵਾਲੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੇ ਬੱਚੇ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਛੋਟੇ ਕੱਦ ਦੇ ਹੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਪਰ ਗਾਲਟਨ ਨੇ ਆਪਣੇ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਇਹ ਦਰਸਾਇਆ ਕਿ ਲੰਬੇ ਕੱਦ ਵਾਲੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਲੰਬਾਈ, ਲੰਬੇ ਕੱਦ ਵਾਲੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੀ ਔਸਤ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਛੋਟੇ ਕੱਦ ਵਾਲੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਔਸਤ ਲੰਬਾਈ ਆਪਣੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੇ ਔਸਤ ਕੱਦ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਾਲਟਨ ਨੇ ਵਾਪਸੀ ਜਾਂ ਪਿਛਾਂਹ ਵਲ੍ਹ ਜਾਣ ਦੀ ਪ੍ਰਵਿਰਤੀ ਨੂੰ ਦੱਸਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ ਕਿਹਾ ਹੈ।

II. ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼

(i) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ

(ii) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਅਤੇ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ

(iii) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

(iv) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ।

III. ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ

(i) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦਾ ਮਤਲਬ

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਵਿਧੀ ਹੈ ਜਿਸ ਰਾਹੀਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਹੋਣ ਤੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤੱਤ ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। M.M. Blair ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ "Regression analysis is a mathematical measure of the average relationship between two or more variables in terms of the original units of data"

Ya-Lun Chou ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "Regression analysis attempts to establish the nature of the relationship between variables that is, to study the funcional relationship between the variables and thereby provide a mechanism for prediction, or forecasting."

(ii) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ

(ੳ) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਸਾਧਾਰਣ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਅਰਥ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਹੈ ਜਦਕਿ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮੱਦ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਨਾਲ ਦੂਜੀ ਮੱਦ ਤੇ ਪੈਣ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ਅ) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਦਰ ਤੇ ਸਰੂਪ ਬਾਰੇ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਤੱਤ ਉਪਰ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਦੀ ਨਿਰਭਰਤਾ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

(ੲ) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਆਪਸੀ ਕਾਰਣ ਅਤੇ ਸਿੱਟੇ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਜਦਕਿ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਕਾਰਣ ਅਤੇ ਸਿੱਟੇ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(ਸ) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਤੋਂ ਮੁਕਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਤੋਂ ਮੁਕਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਤੋਂ ਮੁਕਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

(ਹ) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੋ ਤਰਫੇ ਸੰਬੰਧਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਬਾਰੇ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ $r_{xy} = r_{yx}$ ਜਦਕਿ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤਰਫਾ ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਸਮਰੂਪ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਅਰਥਾਤ $b_{xy} \neq b_{yx}$

(iii) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਰੇਖਾ ਰਾਹੀਂ ਅਸੀਂ ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤਾਂ ਦਾ (independent variables) ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤਾਂ (dependent variables) ਦੀਆਂ ਔਸਤਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। J.R. Stockton ਅਨੁਸਾਰ, "The device used for estimating the value of one variable from the value of the other consists of a line through the points drawn in such a manner as to represent the average relationship between the two variables such a line is called the line of regression".

ਜੇ ਕਰ ਅਸੀਂ x ਅਤੇ y ਦੋ ਤੱਤਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸਾਡੇ ਪਾਸ ਦੋ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇੱਕ y ਦੀ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ x ਉਪਰ ਤੇ ਦੂਜੀ x ਦੀ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ y ਉਪਰ। ਜਦੋਂ ਪ੍ਰਤਿਗਮਨ ਰੇਖਾ y, x ਉਪਰ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ y ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤ ਹੈ ਤੇ x ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤ ਹੈ। ਇਹ ਰੇਖਾ x ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਮੁੱਲਾਂ ਤੋਂ y ਦੇ ਸੰਭਾਵਿਤ ਮੁੱਲ ਦੱਸੇਗੀ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ x, y ਉਪਰ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ x ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤ ਹੈ ਤੇ y ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ y ਦੇ ਦਿਤੇ ਹੋਏ ਮੁੱਲਾਂ ਤੋਂ x ਦੇ ਸੰਭਾਵਿਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਜਿਸ ਸਮੇਂ x ਅਤੇ y ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਣ ਸਹਿ ਸੰਬੰਧ $(r = \pm 1)$ ਹੋਵੇ ਗਾ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਹੋ ਜਾਣਗੀਆਂ ਅਰਥਾਤ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਬਣੇਗੀ। ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿੰਨੀਆਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੋਣਗੀਆਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਜਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਉਲਟ ਜਿੰਨੀਆਂ ਇਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੂਰ ਹੋਣਗੀਆਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ $r = 0$ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਤੱਤ ਆਜ਼ਾਦ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਦੋਨੋਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ 90^0 ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਕੱਟਣਗੀਆਂ। ਅਰਥਾਤ ਇਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ox ਅਤੇ oy ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਹੋਣਗੀਆਂ।

ਇਹ ਗੱਲ ਧਿਆਨਯੋਗ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੀ ਨੂੰ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਅਰਥਾਤ ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਇਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ x -axis ਤੇ ਲੰਬ ਖਿਚਿਏ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ x ਦੀ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਜੇ ਕਰ y - axis ਤੇ ਲੰਬ ਖਿਚਿਏ ਤਾਂ y ਮੁੱਲ ਦੀ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗੀ।

ਇਥੇ ਇਹ ਗੱਲ ਖਾਸ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣ ਯੋਗ ਹੈ ਕਿ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ (Method or least squares) ਦੀ ਮਾਨਤਾ ਉਪਰ ਆਧਾਰਿਤ ਹਨ ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਮੱਦਾਂ ਤੋਂ ਔਸਤ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦਾ ਵਰਗ ਦਾ ਜੋੜ ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(iv) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ

ਅਸੀਂ ਉਪਰ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਦੋ ਹੀ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਹੋਣਗੀਆਂ ਅਰਥਾਤ :

y ਦੀ x ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ

$$Y = a + bX \qquad (i)$$

x ਦੀ y ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ

$$X = a + bY \qquad (ii)$$

ਇੰਨ੍ਹਾਂ ਦੋਣਾਂ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਤੱਤ ਹਨ a ਅਤੇ b ਸਥਿਰ ਹਨ।

y = a + bx ਵਿੱਚ x ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤ ਹੈ ਅਤੇ y ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ a, y ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜਦੋਂ x = 0 ਅਰਥਾਤ a , y ਦਾ ਉਹ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜਿਥੇ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ y-axis ਨੂੰ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਅੰਕ b ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਲਾਨ (slope) ਹੈ ਜਿਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ x ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਤਬਦੀਲ ਹੋਣ ਨਾਲ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤ y ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਤਬਦੀਲੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਥਿਰ a ਅਤੇ b ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਦੋ ਸਥਿਰ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੈ। ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਦੇ ਢੰਗ ਰਾਹੀਂ ਦੋ ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਬਣਨਗੀਆਂ।

$\sum Y = Na + b\sum X$ (i)

$\sum XY = a\sum Y + b\sum Y^2$ (ii)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਕਰ ਅਸੀਂ x ਉਪਰ y ਦੀ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ $X = a + bY$ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ। ਤਾਂ ਦੋ ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ।

$\sum X = Na + b\sum Y$ (i)

$\sum XY = a\sum Y + b\sum Y^2$ (ii)

ਉਪਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਵਿੱਚ x ਅਤੇ y ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੁੱਲ ਭਰ ਕੇ ਅਸੀਂ a ਅਤੇ b ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਣ 1 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਦੋ ਸਮ ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

X :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y :	9	8	10	12	11	13	14	16	15

ਹੱਲ

X	Y	XY	X^2	Y^2
1	9	9	1	81
2	8	16	4	64
3	10	30	9	100
4	12	48	16	144
5	11	55	25	121
6	13	78	36	169
7	14	98	49	196
8	16	128	64	256
9	15	135	81	225
45	108	597	285	1356

y ਦੀ x ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ

$Y_c = a + b\ X$

ਸਥਿਰ ਮੁੱਲ a ਅਤੇ b ਦਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੋ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

$\sum Y = Na + b\sum X$ (i)

$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$ (ii)

ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਤੇ

$108 = 9a + 45b$ (i)

$597 = 45a + 285\ b$ (ii)

ਸਮੀਕਰਣ (i) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ ਗੁਣਾਂ ਕਰਨ ਤੇ

$540 = 45a + 225b \quad (iii)$

$597 = 45a + 285\,b \quad (ii)$

ਸਮੀਕਰਣ (iii) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ

$60b = 57$ ਜਾਂ $b = \frac{57}{60} = 0.95$

b ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ (i) ਵਿੱਚ ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਤੇ

$108 = 9a + 45\,(0.95)$

$108 = 9a + 42.75$

$9a = 108 - 42.75 = 65.25$

$a = \frac{65.25}{9} = 7.25$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ y ਦੀ x ਉਪਰ

$Yc = 7.25 + 0.95x$

ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਜਾਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ x ਦੀ y ਉਪਰ

$X_c = a + bY$

ਇਸ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੋ ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

$\sum X = Na + b\sum Y \quad (i)$

$\sum XY = a\sum Y + b\sum Y^2 \quad (ii)$

ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਤੇ

$45 = 9a + 108b \quad (i)$

$597 = 108a + 1356b \quad (ii)$

ਸਮੀਕਰਣ (i) ਨੂੰ 12 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ

$540 = 108a + 1296\,b \quad (iii)$

$597 = 108a + 1356\,b \quad (ii)$

ਸਮੀਕਰਣ (ii) ਅਤੇ (iii) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ

$60b = 57$ ਜਾਂ $b = \frac{57}{60} = 0.95$

b ਦਾ ਸਮੀਕਰਣ (ii) ਵਿੱਚ ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਤੇ

$597 = 108a + 1356(0.95)$ ਜਾਂ

$108a = 597 - 1288.2 = -691.2$

$a = -\frac{691.2}{108} = -6.4$

ਜੋ $X_c = -6.4 + 0.95Y$

(v) ਵਿਚਲਨ ਵਿਧੀ (Deviation Methods)

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਜਦੋਂ x ਅਤੇ y ਦੇ ਗਣਿਤ ਔਸਤਾਂ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ ਲਏ ਜਾਣ (Regression equations when deviations are taken from the arithmetic means of x and y)

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ y ਦਾ x ਉਪਰ ਨਿਰਮਾਣ

ਜਦੋਂ ਦੋਹਾਂ ਤੱਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦੇ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਤੋਂ ਵਿਚਲਨ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ y ਦਾ x ਉਪਰ ਨਿਰਮਾਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੋਵੇਗਾ।

$$Y - \overline{Y} = b_{yx}\ (X - \overline{X})$$

ਜਿਥੇ b_{yx}, y ਦਾ x ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ ਇਸ ਤੋਂ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤ x ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਆਉਣ ਨਾਲ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤ y ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਤਬਦੀਲੀ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। b_{yx} ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$b_{yx} = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \quad \text{ਜਿਥੇ} \quad \begin{array}{l} x = X - \overline{X} \\ y = Y - \overline{Y} \end{array}$$

ਜੇਕਰ $r, \sigma x, \sigma y$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $byx = r\,\frac{\sigma\ y}{\sigma\ x}$

ਜੇ ਕਰ x ਅਤੇ y ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਆਏ ਤਾਂ ਉਸ ਸਮੇਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ

$$byx = \frac{\sum dx\ dy - \frac{(\sum dx)\ (\sum dy)}{N}}{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}} \qquad \begin{array}{l} dx = X - Ax \\ dy = Y - Ay \end{array}$$

ਜਦੋਂ x ਅਤੇ y ਦੇ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਤੇ ਵਿਚਲਨ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਪ੍ਰਤਿਗਮਨ ਸਮੀਕਰਣ x ਦਾ y ਉਪਰ ਨਿਰਮਾਣ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗਾ।

$$X - \overline{X} = bxy\ (Y - \overline{Y})$$

ਇਥੇ b_{xy}, x ਦਾ y ਉਪਰ ਪ੍ਰਤਿਗਮਨ ਗੁਣਾਂਕ ਹੈ ਅਤੇ $b_{xy} = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$ ਜਿਥੇ $\begin{array}{l} x = X - \overline{X} \\ y = Y - \overline{Y} \end{array}$

ਜੇ ਕਰ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ r, x ਅਤੇ y ਦੇ ਪ੍ਰਮਾਪ ਵਿਚਲਨ σ_x, σ_y ਪਤਾ ਹੋਣ ਤਾਂ

$$b_{xy} = r\,\frac{\sigma x}{\sigma y}$$

ਜੇ ਕਰ x ਅਤੇ y ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਆਏ ਤਾਂ ਉਸ ਸਮੇਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ

b_{xy} ਦਾ ਮੁੱਲ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$b_{yx} = \frac{\sum dx\, dy - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{N}}{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}} \qquad \text{ਜਿਥੇ} \quad \begin{matrix} dx = X - Ax \\ dy = Y - Ay \end{matrix}$$

Ax = x ਦੀ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ

Ay = y ਦੀ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ

(VI) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ b_{xy} ਅਤੇ b_{yx} ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Properties of regression co-efficients b_{xy} and b_{yx})

(ੳ) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ (b_{xy} ਅਤੇ b_{yx}) ਤੋਂ ਆਸਾਨੀ ਨਾਲ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਗੁਣਾਂਕ bxy ਅਤੇ byx ਦੀ ਗੁਣਾਂਤਮਕ ਔਸਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਰਥਾਤ $r = \pm\sqrt{bxy.byx}$

$$bxy = r\,\frac{\sigma x}{\sigma y} \quad \text{ਅਤੇ} \quad byx = r\,\frac{\sigma y}{\sigma x}$$

$$\therefore bxy.byx = r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}.\, r\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = r^2$$

$$\therefore r = \pm\sqrt{bxy.byx}$$

ਜੇ ਕਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਸਾਕਾਰਾਤਮਕ ਹਨ ਤਾਂ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਸਾਕਾਰਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ ਅਤੇ ਜੇਕਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹਨ ਤਾਂ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਵੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ।

(ਅ) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਇਕਾਈ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਜਾ ਗੁਣਾਂਕ ਇਕਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ ਅਰਥਾਤ ਦੋਨਾਂ ਗੁਣਾਂਕ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਹਾਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦਾ ਵਰਗਮੂਲ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇਕਾਈ ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਂ ਇਕਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ੲ) ਦੋਹਾਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ ਇੱਕ ਹੀ ਹੋਣਗੇ ਅਰਥਾਤ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਸਾਕਾਰਾਤਮਕ ਹੋਣਗੇ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਣਗੇ।

(ਸ) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਤੋਂ ਆਜ਼ਾਦ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਪਰ ਪੈਮਾਨਾ ਤਬਦੀਲੀ ਤੇ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

(ਹ) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਜਾਂ ਗੁਣਾਂਕ ਔਸਤ ਤੋਂ ਜਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$$\text{ਅਰਥਾਤ} \quad \frac{byx + bxy}{2} \geq r.$$

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਤੀਆਂ ਅਤੇ ਪਤਨੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਦੋ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਅਤੇ ਪਤੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਓ ਜੇ ਪਤਨੀ ਦੇ ਉਪਰ 16 ਸਾਲ ਹੋਵੇ :

ਪਤੀ ਦੀ ਉਮਰ:	36	23	27	28	28	29	30	31	33	35
ਪਤਨੀ ਦੀ ਉਮਰ :	29	18	20	22	27	21	29	27	29	28

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਤੀ ਦੀ ਉਮਰ : x

ਅਤੇ ਪਤਨੀ ਦੀ ਉਮਰ : y

X	Y	$(X-\overline{X})$	$(Y-\overline{Y})$	x^2	y^2	xy
36	29	6	+4	36	16	24
23	18	-7	-7	49	49	49
27	20	-3	-5	9	25	15
28	22	-2	-3	4	9	6
28	27	-2	2	4	4	-4
29	21	-1	-4	1	16	4
30	29	0	4	0	16	0
31	27	1	2	1	4	2
33	29	3	4	9	16	12
35	28	5	3	25	9	15
300	250	0	0	138	164	123

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{300}{10} = 30 \qquad N = 10$$

$$\overline{Y} = \frac{250}{10} = 25$$

$$b_{yx} = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{123}{138} = 0.89$$

$$b_{xy} = \frac{\sum xy}{\sum y^2} = \frac{123}{164} = 0.75$$

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ y ਦੀ x ਉਪਰ

$$Y - \overline{y} = byx\ (X - \overline{x})$$
$$Y - 25 = 0.89\ (X - 30)$$
$$Y - 25 = 0.89\ X - 26.70$$
$$Y = 0.89\ X - 1.7$$

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ x ਦੀ y ਉਪਰ

$$X - \overline{X} = b_{xy}\ (Y - \overline{Y})$$
$$X - 30 = 0.75\ (Y - 25)$$
$$X - 30 = 0.75\ Y - 18.75$$
$$X = 0.75\ Y - 11.25$$

ਜੇ ਪਤਨੀ ਦੀ ਉਮਰ (Y) = 16 ਹੈ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਅਰਥਾਤ ਪਤੀ ਦੀ ਉਮਰ

$$X = 0.75\,(16) + 11.25$$

$$= 12 + 11.25 = 23.25$$

ਸੋ ਪਤੀ ਦੀ ਉਪਰ 23 ਸਾਲ ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਦੋਨੋਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\sum X = 60, \sum Y = 40, \sum XY = 1150$$

$$\sum X^2 = 4160, \sum Y^2 = 1720, N = 10$$

ਹੱਲ : ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ $b_{yx} = \dfrac{\sum XY - \dfrac{\sum X \sum Y}{N}}{\sum X^2 - \dfrac{(\sum X)^2}{N}}$

$$b_{yx} = \frac{1150 - \dfrac{60\times 40}{10}}{4160 - \dfrac{(60)^2}{10}} \qquad = \frac{1150 - 240}{4160 - 360}$$

$$= \frac{910}{3800} = 0.24$$

$$b_{xy} = \frac{\sum XY - \dfrac{\sum X \sum Y}{N}}{\sum Y^2 - \dfrac{(\sum Y)^2}{N}} \qquad = \frac{1150 - \dfrac{60\times 40}{10}}{1720 - \dfrac{(40)^2}{10}}$$

$$= \frac{1150 - 240}{1720 - 160} \qquad = \frac{910}{1560} = 0.58$$

ਅਤੇ $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N} = \dfrac{60}{10} = 6,\ \overline{Y} = \dfrac{\sum y}{N} = \dfrac{40}{10} = 4$

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ y ਦੀ x ਉਪਰ

$$Y - \overline{Y} = byx\ (X - \overline{X})$$
$$Y - 4 = 0.24\ (X - 6)$$
$$Y - 4 = 0.24\ X - 1.44$$
$$Y = 0.24\ X + 2.56$$

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ x ਦੀ y ਉਪਰ

$$X - \overline{X} = bxy\ (Y - \overline{Y})$$
$$X - 6 = 0.58\ (Y - 4)$$
$$X = 6 = 0.58\ Y - 2.32$$
$$X = 0.58\ Y + 3.68$$

ਉਦਾਹਰਣ 4 : ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਨੀ ਵਿੱਚ 8 ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਉਮਰ (x) ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਖ਼ੂਨ ਦੇ ਦਬਾਅ (Y) ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਦਿੱਤੇ ਹਨ।

X :	52	63	45	36	72	65	47	25
Y :	62	53	51	25	79	43	60	33

Y ਦੀ x ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜੇ ਕਰ ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਉਮਰ 49 ਸਾਲ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਦਾ ਖ਼ੂਨ ਦਾ ਦਬਾਅ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਓ।

ਹੱਲ :

X	Y	(x-50) dx	dx^2	(y-50) dy	dx dy
52	62	2	4	12	24
63	53	13	169	3	39
45	51	-5	25	1	-5
36	25	-14	196	-25	350
72	79	22	484	29	638
65	43	15	225	-7	-105
47	60	-3	9	10	-30
25	33	-25	625	-17	425
405	406	5	1737	6	1336

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{405}{8} = 50.625$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{N} = \frac{406}{8} = 50.75$$

x ਅਤੇ y ਦੇ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਮ ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ b_{yx} ਦਾ ਮੁੱਲ ਕਾਲਪਨਿਕ ਔਸਤ ਦੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$b_{yx} = \frac{\sum dxdy - \frac{\sum dx \times \sum dy}{N}}{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}} \qquad = \frac{1336 - \frac{5 \times 6}{8}}{1737 - \frac{(5)^2}{8}}$$

$$= \frac{1336 - 3.75}{1737 - 3.125}$$

$$= \frac{1332.25}{1433.875} = 0.768$$

y ਦੀ x ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ

$$Y - \overline{Y} = b_{yx}\ (X - \overline{x})$$
$$Y - 50.75 = 0.768\ (X - 50.625)$$
$$Y = 50.75 + 0.768\ X - 38.88$$
$$Y = 11.87\ +\ 0.768X$$

ਜੇ ਕਰ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਉਮਰ (x) = 49 ਹੈ ਤਾਂ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਖ਼ੂਨ ਦਾ ਦਬਾਅ

$$Y = 11.87 + 0.768(49)$$
$$Y = 11.87 + 37.632 = 49.502$$

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਤੁਹਾਨੂੰ ਪੁਲਿਸਮੈਨਾਂ ਦੀ ਉਚਾਈ (x) ਅਤੇ ਭਾਰ (Y) ਬਾਰੇ ਅੰਕੜੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

$\overline{X} = 68, \overline{Y} = 150, \sigma x = 2.5, \sigma y = 20, r = 0.6$ ਤਾ (i) ਇਕ ਪੁਲਿਸਮੈਨ ਦੀ ਉਚਾਈ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਓ ਜੇ ਉਸ ਦਾ ਭਾਰ $Y = 200$ ਹੋਵੇ।

(ii) ਉਸ ਪੁਲਿਸਮੈਨ ਦਾ ਭਾਰ ਦਸੋ ਜਿਸਦੀ ਉਚਾਈ 60 ਇੰਚ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਪੁਲਿਸਮੈਨ ਦੀ ਉਚਾਈ (x) ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਉਸਦਾ ਭਾਰ $y = 200$ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ x ਦੀ y ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$X - \overline{X} = b_{xy}\ (Y - \overline{y})$$
$$b_{xy} = r\ \frac{\sigma x}{\sigma y} = 0.6\ \frac{2.5}{20} = 0.075$$
$$X - 68 = 0.075\ (Y - 150)$$
$$X = 68 + 0.075\ Y - 11.25$$
$$X = 56.75\ +\ 0.075\,Y$$

ਜੇਕਰ $Y = 200$

$$x_c = 56.75 + 0.075(200)$$
$$= 56.75 + 15 = \ 71.75$$

(ii) ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਪੁਲਿਸਮੈਨ ਦਾ ਭਾਰ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ ਜਿਸ ਦੀ ਉਚਾਈ 60 ਇੰਚ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ y ਦੀ x ਉਪਰ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਾਂਗੇ

$$Y-\overline{Y}=b_{yx}(X-\overline{X})$$

$$b_{yx}=r\frac{\sigma y}{\sigma x}=0.6\frac{20}{2.5}=4.8$$

$$Y-150=4.8(X-68)$$

$$Y=150+4.8X-326.4=4.8X-176.4$$

ਜੇ $X=60$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ

$$Y_c=4.8(60)-176.4=288-176.4=111.6$$

ਉਦਾਹਰਣ 6 : ਇੱਕ ਆਂਸ਼ਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਸ਼ਟ ਹੋਈ ਪ੍ਰਯੋਗਸ਼ਾਲਾ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਦੱਸੇ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਹਨ। x ਦਾ ਵੈਰੀਐਂਸ = 9

ਸਮ ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ $8X-10Y+66=0$ ਅਤੇ $40X-18Y=214$

ਇਨ੍ਹਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ

(i) x ਅਤੇ y ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ii) y ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਵਿਚਲਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(iii) x ਅਤੇ y ਦਾ ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਕੱਢੋ।

ਹੱਲ : ਸਾਨੂੰ ਦਿੱਤਾ ਹੈ।

x ਦਾ ਵੈਰੀਐਂਸ $=\sigma_x^2=9$

ਜਾਂ $\sigma x=3$

$$8X-10Y+66=0$$

$$40X-18Y=214$$

x

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਥੇ ਦੋ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਉਥੇ x ਅਤੇ y ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$$8X-10Y+66=0$$

ਜਾਂ $8X-10Y+66=0$ (i)

$40X-18Y=214$ (ii)

ਸਮੀਕਰਣ (i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਮੀਕਰਣ (i) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਸਮੀਕਰਣ (ii) ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$$\begin{array}{l} 40X-18Y=214 \\ 40X-50Y=-330 \\ -\quad +\quad + \\ \hline \quad 32Y=544 \end{array}$$

ਜਾਂ $Y=\frac{544}{32}=17$

Y ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਣ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$8X-10(17)=-66$$

$$8X=170-66=104$$

$$X=\frac{104}{8}=13$$

ਇਸ ਲਈ x ਅਤੇ y ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 13 ਅਤੇ 17 ਹੋਵੇਗੀ

(ii) ਸਹਿ-ਸੰਬੰਧ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਦੋਨੋ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ ਪਤਾ ਕਰਨੇ ਪੈਣਗੇ ਕਿਉਂਕਿ

$$r=\pm\sqrt{b_{yx}\times b_{xy}}$$

ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਨਹੀਂ ਜਾਣਦੇ ਕਿ ਦੋਹਾਂ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ x ਦੀ y ਉਪਰ ਅਤੇ y ਦੀ x ਉਪਰ ਕਿਹੜੀ ਹੈ ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣ (i) y ਦੀ x ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ ਹੈ।

$$8X-10Y=-66$$

$$-10Y=-66-8X$$

ਜਾਂ $$-10Y=66+8X$$

$$Y=6.6+0.8X$$

ਅਰਥਾਤ $byx=0.8$ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਣ (ii) ਨੂੰ x ਦੀ y ਉਪਰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ

$$40X-18Y=214$$

ਜਾਂ $$40X=214+18Y$$

$$X=\frac{214}{40}+\frac{18}{40}Y$$

$$=5.35+0.45Y$$

$$\therefore b_{xy}\ +\ 0.45$$

$$r=\pm\sqrt{b_{yx}.b_{xy}}$$

$$=\pm\sqrt{0.8\times 0.45}=0.6$$

ਸੋ $r=0.6$ ਹੈ।

(iii) y ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਵਿਚਲਨ $\sigma_x=3$

$$bxy=0.45$$

ਪਰ $$bxy=r\frac{\sigma x}{\sigma y}$$

$$0.45=0.6\frac{.3}{\sigma_y}$$

$$\sigma_y = \frac{1.8}{0.45} = 4$$

IV ਸਾਰ

ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਵਿਧੀ ਹੈ ਜਿਸ ਰਾਹੀਂ ਤੱਤਾਂ ਵਿੱਚ ਆਪਸੀ ਸੰਬੰਧ ਹੋਣ ਤੇ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤੱਤ ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਤੱਤ ਦੇ ਮੁਲਾਂ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਬਦ ਕੋਸ਼ੀ ਅਰਥ ਵਾਪਸੀ, ਪਿਛਾਂਹ ਵਲ੍ਹ ਸੰਬੰਧ ਜਾਂ ਔਸਤ ਮੁੱਲ ਵਲ੍ਹ ਝੁਕਾਅ ਤੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸ਼ਬਦ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਰ-ਫਰਾਂਸਿਸ ਗਾਲਟਨ ਨੇ ਸੰਨ 1877 ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਉਚਾਈ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਚਾਈ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਕੀਤੀ। ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਵਿਸਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਰੇਖਾ ਰਾਹੀਂ ਅਸੀਂ ਨਿਰਧਾਰਿਕ ਤੱਤਾਂ ਤੇ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਤੱਤਾਂ ਦੀਆਂ ਔਸਤਾਂ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਉਸ ਨੂੰ ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਦੋਨੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੀ ਨੂੰ ਔਸਤ ਮੁਲ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

V ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸ਼ਬਦ

(i) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ

(ii) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਰੇਖਾ

(iii) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਸਮੀਕਰਣ

(iv) ਸਮ-ਆਸ਼ਰਣ ਗੁਣਾਂਕ

VI ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਪੁਸਤਕ ਸੂਚੀ (Suggested Books)

S.P. Gupta : Statistical Methods

P.S. Grewal : Numerical Methods of Statistical Analysis

S.L. Aggarwal and S.L. Bhardwaj : Quantitative Techniques

VII ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ

(i) ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. Explain the term regression.
2. Distinguish between correlation and regression.
3. Discuss the properties of regression coefficient.

(ii) ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. Why are there, in general, two regression lines? Under what conditions can there be only one regression line?
2. Find two regression equations for the following data.

X :	23	43	53	63	73	83
Y :	5	6	7	8	9	10

3. Find the most likely price in Bombay corresponding to the price of Rs. 70 at calcutta from the following data

	Calcutta	Bombay
Average Price	65	67
S.D.	2.5	3

Correlation coefficient (r) = 0.8

ਪਾਠ ਨੰ: 2.3　　　　　　　　　　　　ਲੇਖਕ : ਡਾ. ਰਮੇਸ਼ ਕੁਮਾਰ ਬਾਂਸਲ

ਸੂਚਕ ਅੰਕ
(Index Number)

ਪਾਠ ਦੀ ਰੂਪ ਰੇਖਾ

I. ਭੂਮਿਕਾ
II. ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼
III. ਸੂਚਕ ਅੰਕ
  1. ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਮਤਲਬ
  2. ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ
  3. ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਲਾਭ
  4. ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ।
    (ੳ) ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ
    (i) ਸਰਲ ਸਾਮੂਹਿਕ ਵਿਧੀ
    (ii) ਸਰਲ ਸਾਪੇਖ ਔਸਤ ਵਿਧੀ
    (ਅ) ਭਾਰਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ
    (i) ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਵਿਧੀ
    (ii) ਪਾਸਚੇਜ਼ ਵਿਧੀ
    (iii) ਫਿਸ਼ਰ ਵਿਧੀ
IV. ਸਾਰ
V. ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸ਼ਬਦ
VI. ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਪੁਸਤਕ ਸੂਚੀ
VI. ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ
  (i) ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ
  (ii) ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

I. ਭੂਮਿਕਾ :

ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਵਿੱਚ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਟਲੀ ਦੇ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀ ਜੀ.ਆਰ.ਕਾਰਲੀ (G.R. Carli) ਨੇ ਕੀਤੀ। ਉਸ ਨੇ ਸੰਨ 1500 ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ 1750 ਤੱਕ ਕੀਮਤਾਂ ਵਿੱਚ ਆਈ ਤਬਦੀਲੀ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ। ਉਸ ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰ ਕੀਮਤਾਂ ਦੇ ਪੱਧਰ ਦੇ ਅਧਿਐਨ ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਤ ਸੀ ਪਰ ਹੁਣ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਲਗਭਗ ਹਰ ਇੱਕ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਣ ਲੱਗ ਪਈ ਹੈ। ਉਪਭੋਗਤਾ ਵਰਤਾਵ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ, ਖੇਤੀਬਾੜੀ ਅਤੇ ਉਦਯੋਗਿਕ ਪੈਦਾਵਾਰ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ, ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਆਮਦਨ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀ ਆਦਿ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਆਰਥਿਕ ਕ੍ਰਿਆ ਦੇ ਮਾਪ ਦਾ ਯੰਤਰ (Barometer) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਿੰਪਸਨ ਅਤੇ ਕਾਫਕਾ ਅਨੁਸਾਰ, "Index number are today one of the most widely used statistical devices. They are used to feel the pulse of the economy and they have come to be used as indicators of inflationary or dellationary tendencies."

II. ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼

(i) ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ

(ii) ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ

(iii) ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ

(iv) ਚੰਗੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਲਈ ਕਸਵੱਟੀ

III. ਸੂਚਕ ਅੰਕ

1. ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਮਤਲਬ

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਦੀ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਧਾਰਨਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਰਾਹੀਂ ਸਮੇਂ, ਸਥਾਨ ਜਾਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਕਾਰਨਾਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਤੱਤ ਜਾਂ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖਿਕ ਤਬਦਲੀ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। Croxton ਅਤੇ Cowden ਅਨੁਸਾਰ, "Index numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables".

M.R. Spiegel ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, " An index number is a statistical measure designed to show changes in a variable or a group of related variables with respect to time, geographic location or other charateristics such as income, profession etc.".

2. ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ;

(Problems in the construction of Index Numbers)

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਠੀਕ ਢੰਗ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਬਹੁਤ ਲਾਭਦਾਇਕ ਸਿੱਧ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਬਹੁਤ ਭੈੜੇ ਸਿੱਟੇ ਨਿਕਲਦੇ ਹਨ।ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਕਰਾਕਸਟਨ ਅਤੇ ਕਾਊਡਨ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ "An index numbers properly designed for the purpose in hand is a most useful and powerful tool, if not properly compiled and constructed it can be dangerous one".

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿੱਚ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ।

(ੳ) ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਉਦੇਸ਼ (The purpose of the Index) :

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਉਦੇਸ਼ ਬਾਰੇ ਸਪਸ਼ਟ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਨਾ ਜਰੂਰੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਉਦੇਸ਼ ਇੱਕ ਹੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਸਾਰੇ ਉਦੇਸ਼ਾਂ ਦੀ ਪੂਰਤੀ ਲਈ ਇੱਕ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਤਿਆਰ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਿੰਨੀ ਦੇਰ ਅਸੀਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਦਾ ਉਦੇਸ਼ ਸਪਸ਼ਟ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਉਨ੍ਹੀ ਦੇਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਕਿ ਕਿਹੜੀਆਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ, ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਕਿਹੜਾ ਲਿਆ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਲਈ ਕਿਸ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਜਦੋ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸਮਾਜ ਦੇ ਲੋਕਾਂ ਦੇ ਰਹਿਣ ਸਹਿਣ ਦੇ ਪੱਧਰ ਬਾਰੇ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ ਕਿ ਸਮਾਜ ਦੇ ਕਿਸ ਵਰਗ ਦੇ ਲੋਕਾਂ ਦੇ ਰਹਿਣ ਸਹਿਣ ਬਾਰੇ ਦਸਣਾ ਹੈ।

(ਅ) ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਚੋਣ (Selection of a base period) :

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਨੂੰ ਮੁੱਖ ਰੱਖ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ ਅਜਿਹਾ ਸਮਾਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਚਾਲੂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਹਮੇਸ਼ਾ 100 ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਗੱਲਾਂ ਦਾ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

(i) ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ ਸਾਧਾਰਣ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ (Base period should be a normal one):

ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ ਸਾਧਾਰਣ ਸਮਾਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਬਾਕੀ ਸਾਰੇ ਸੋਮਿਆਂ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਇਸ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਥੇ ਸਾਧਾਰਣ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਲੜਾਈ, ਹੜ੍ਹ, ਭੁਚਾਲ, ਮੰਦੀਕਾਲ ਜਾਂ ਤੇਜ਼ੀਕਾਲ ਆਦਿ ਦੀ ਹਾਲਤ ਨਹੀਂ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ। ਕਈ ਵਾਰੀ ਅਜਿਹਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਧਾਰਣ ਸਾਲ ਦੀ ਚੋਣ, ਜੋ ਹਰ ਪੱਖ ਤੋਂ ਸਾਧਾਰਣ ਹੋਵੇ, ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿਹੜਾ ਸਾਲ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਪੱਖ ਤੋਂ ਸਾਧਾਰਣ ਹੈ ਦੂਜੇ ਪੱਖ ਤੋਂ ਸਾਧਾਰਣ ਨਾ ਹੋਵੇ ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ 3 ਜਾਂ 4 ਸਾਲ ਦੀ ਔਸਤ ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਮੰਨ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ii) ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ ਪਿਛਾਂਹ ਵਲ੍ਹ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਨਹੀਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ (Base period should not be too distant in the past)

ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ ਭੂਤਕਾਲ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜਿਆਦਾ ਦੂਰ ਨਹੀਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਕਿਉਂਕਿ ਜੇ ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਚਾਲੂ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਆਧਾਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਲਾਹੇਵੰਦ ਸਿੱਟਿਆਂ ਤੇ ਨਹੀਂ ਪਹੁੰਚ ਸਕਦੇ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਾਲ 1992 ਦੇ ਕੀਮਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ 1951 ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਾਲ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਉਚਿਤ ਨਤੀਜਿਆਂ ਤੇ ਨਹੀਂ ਪਹੁੰਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ।

(iii) ਸਥਿਰ ਆਧਾਰ ਜਾਂ ਕੜੀ ਆਧਾਰ (Fixed base or chain base) :

ਆਧਾਰ ਸਮੇਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਸ ਗੱਲ ਦਾ ਵੀ ਨਿਰਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਆਧਾਰ ਸਥਿਰ ਹੈ ਜਾਂ ਕੜੀ ਆਧਾਰ। ਸਥਿਰ ਆਧਾਰ ਵਿੱਚ, ਆਧਾਰ ਸਮਾਂ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਬਾਕੀ ਸਾਰੇ ਸਮਿਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਕੜੀ ਆਧਾਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਵਰਤਮਾਨ ਕੀਮਤਾਂ ਨੂੰ ਉਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਸਮੇਂ ਜਾਂ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਨਾਲ ਕੜੀ ਬੱਧ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ੲ) ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੀ ਚੋਣ (Selection of number of items) :

ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਅਤੇ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਉਦੇਸ਼ ਉਪਰ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ।ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਜਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਕਿ ਹਰ ਇੱਕ ਮੱਦ ਨੂੰ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿੱਚ ਲਿਆ ਜਾਵੇ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਜੇ ਖੇਤੀਬਾੜੀ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਕਿਰਤੀਆਂ ਦੇ ਰਹਿਣ-ਸਹਿਣ ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਤਿਆਰ ਕਰਨਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਦਯੋਗਿਕ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਕਰ ਰਹੇ ਕਿਰਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਅੰਕੜੇ ਇਕੱਠ ਕਰਨ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਵੀ ਧਿਆਨ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੋ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਉਹ ਸਾਰੀ ਆਬਾਦੀ ਦੇ ਸੁਆਦ, ਆਦਤਾਂ, ਰੀਤੀ ਰਿਵਾਜ ਦਾ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧਤਵ ਕਰਦੀਆਂ ਹੋਣ। ਯੋਗ ਮਿਆਰੀਕਰਣ ਵਾਲੀਆਂ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਹੀ ਚੋਣ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਧਿਆਨ ਰੱਖਿਆ ਜਾਵੇ ਕਿ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਉਚਿਤ ਹੋਵੇ। ਭਾਵੇਂ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਾਰੇ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਿਯਮ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਪਰ ਜਿੰਨੀ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗੀ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਜਿਆਦਾ ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ ਅਤੇ ਲਾਗਤ ਜਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਜੇ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਠੀਕ ਪ੍ਰਤੀਨਿਧਤਾ ਨਹੀਂ ਕਰਣਗੇ।

(ਸ) ਕੀਮਤਾਂ ਦੀ ਚੋਣ (Price Selection) :

ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਨ ਉਪਰੰਤ, ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਬਾਰੇ ਨਿਰਣਾ ਕਰਨਾ ਜਰੂਰੀ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਆਮ ਸਚਾਈ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਇੱਕ ਥਾਂ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਥਾਂ, ਇੱਕ ਦੁਕਾਨ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਦੁਕਾਨ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।ਹਰ ਇੱਕ ਥਾਂ ਤੋਂ ਕੀਮਤਾਂ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਅਸੰਭਵ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸੁਝਾਅ

ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਤੀਨਿੱਧ ਫਰਮਾਂ ਅਤੇ ਸਥਾਨਾਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਲਏ ਜਾਣ ਅਤੇ ਫੇਰ ਕੀਮਤਾਂ ਬਾਰੇ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ। ਥੋਕ ਕੀਮਤਾਂ ਜਾਂ ਪ੍ਰਚੂਨ ਕੀਮਤਾਂ ਦੀ ਚੋਣ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਉਦੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਪਭੋਗੀ ਦੇ ਜੀਵਨ ਸੱਤਰ ਬਾਰੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਤਿਆਰ ਕਰਨਾ ਹੈ ਤਾਂ ਥੋਕ ਕੀਮਤਾਂ ਦੀ ਕੋਈ ਜਰੂਰਤ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

(ਹ) ਔਸਤ ਦੀ ਚੋਣ (Choice of average) :

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ ਕਿਸਮ ਦੀ ਔਸਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਨਿਰਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗਣਿਤ ਔਸਤ, ਮਾਧਿਅਕਾ, ਭੂਇਸ਼ਠਕ ਜਾਂ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਮਾਧਿਅਕਾ ਅਤੇ ਭੂਇਸ਼ਠਕ ਦੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਸਮੇਂ ਕਦੇ ਵੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ। ਇਸ ਲਈ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਜਾਂ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਦੀ ਚੋਣ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਲਈ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਉਚਿਤ ਔਸਤ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ (i) ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਤਿਆਰ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਸੰਬੰਧਿਤ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਹਰ ਇੱਕ ਸਬੰਧਿਤ ਤਬਦੀਲੀ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਭਾਰ ਦਿੰਦੀ ਹੈ (ii) ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਉਪਰ ਜਿਆਦਾ ਜਾਂ ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਵਾਲੀਆਂ ਮੱਦਾਂ ਦਾ ਘੱਟ ਪ੍ਰਭਾਵ ਪੈਂਦਾ ਹੈ (iii) ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਆਧਾਰ ਤਬਦੀਲ ਕਰਨਾ ਆਸਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੀ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਗਣਿਤ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲੋਂ ਆਸਾਨ ਹੈ।ਜਿਥੇ ਜਿਆਦਾ ਸਪੱਸਟਤਾ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੋਵੇ ਉਥੇ ਜੁਮੈਟਰਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਹੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

(ਕ) ਉਚਿਤ ਭਾਰ ਦੀ ਚੋਣ (Selection of appropriate weights) :

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੱਦਾਂ ਨੂੰ ਭਾਰ ਦੇਣਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਅਤੇ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਕੰਮ ਹੈ। ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿੱਚ ਭਾਰ ਸ਼ਬਦ ਤੋਂ ਭਾਵ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਤੁਲਨਾਤਮਕ ਮਹੱਤਵ ਤੋਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਹਰੇਕ ਮੱਦ ਦਾ ਮਹੱਤਵ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਤਰੀਕਾ ਲੱਭਣ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਮਹੱਤਵ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ। ਅਸੀਂ ਮੁੱਖ ਤੌਰ ਤੇ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਹਾਂ – ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅਤੇ ਭਾਰਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ। ਪਹਿਲੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਮੱਦਾਂ ਨੂੰ ਕੋਈ ਖਾਸ ਭਾਰ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ, ਜਦਕਿ ਦੂਜੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੱਦਾਂ ਨੂੰ ਭਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ਖ) ਉਚਿਤ ਵਿਧੀ ਚੋਣ (Selection of appropriate formula) :

ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਲਈ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਪ੍ਰਚੱਲਤ ਹਨ।ਸਮਸਿਆ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਧੀਆਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਸਰਲ ਤਾਂ ਹਨ ਪਰ ਤਕਨੀਕੀ ਨਹੀਂ, ਜਦਕਿ ਕੁੱਝ ਵਿਧੀਆਂ ਤਕਨੀਕੀ ਹਨ ਪਰ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹਨ।ਵਿਵਹਾਰਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੀ ਵਿਧੀ ਦੀ ਚੋਣ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਦੇ ਉਦੇਸ਼ ਉਪਰ ਹੀ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ, ਸਗੋਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਉਪਲੱਭਤਾ ਤੇ ਵੀ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਪ੍ਰੋ: ਇਰਵਿੰਗ ਫਿਸ਼ਰ ਨੇ ਉਚਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਣ ਨਿਰੀਖਣ (Time Reversal Test) ਅਤੇ ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਨਿਰੀਖਣ (Factor Reversal test) ਦਿੱਤੇ ਹਨ। ਫਿਸ਼ਰ ਅਨੁਸਾਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਜਿਹੜੀ ਵਿਧੀ ਇਹ ਦੋਵੇਂ ਟੈਸਟ ਪੂਰੇ ਕਰੇਗੀ ਉਹ ਉਚਿਤ ਵਿਧੀ ਹੈ। ਇਸ ਪੱਖ ਤੋਂ ਪ੍ਰੋ: ਫਿਸ਼ਰ ਦੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿਧੀ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਿਤ ਵਿਧੀ ਹੈ।

3. ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਲਾਭ (Uses of Index Numbers) :

ਅੱਜ ਕੱਲ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਰਤੀ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਤਕਨੀਕ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਰੋਜਾਨਾ ਦੀ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੇ ਹਰ ਇੱਕ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚ ਭਾਵੇਂ ਉਹ ਆਰਥਿਕ ਹੋਵੇ, ਸਿਹਤ ਦਾ ਖੇਤਰ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਫਿਰ ਵਿਦਿਅਕ ਖੇਤਰ ਹੋਵੇ, ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਕੁੱਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਲਾਭ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਨ।

(ੳ) ਉਚਿਤ ਆਰਥਿਕ ਨੀਤੀਆਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ (Helpful in framing suitable economic policies) :

ਕਿਸੇ ਦੇਸ਼ ਦੀਆਂ ਆਰਥਿਕ ਅਤੇ ਵਪਾਰਿਕ ਨੀਤੀਆਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਉਪਰ ਆਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਦੇਸ਼ ਵਿੱਚ ਚੱਲ ਰਹੀਆਂ ਪੰਜ ਸਾਲਾਂ ਯੋਜਨਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਦੇਸ਼ ਦੀ ਆਰਥਿਕ ਪ੍ਰਗਤੀ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਸਰਕਾਰ ਆਪਣੇ ਕਰਮਚਾਰੀਆਂ ਨੂੰ ਮਹਿੰਗਾਈ ਭੱਤੇ ਦੀ ਵਾਧੂ ਕਿਸ਼ਤ ਦੇਣ ਸਮੇਂ ਰਹਿਣ ਸਹਿਣ ਦੇ ਪੱਧਰ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

(ਅ) ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅਵਸਫੀਤੀ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ (Index numbers are useful in deflating) :

ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਆਮਦਨ ਵਿੱਚੋਂ ਕੀਮਤਾਂ ਦੀ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਅਸਰ ਹਟਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਰਥਾਤ ਸਥਿਰ ਕੀਮਤਾਂ ਤੇ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਆਮਦਨ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਮੁਦਰਾ ਦੀ ਖਰੀਦ ਸ਼ਕਤੀ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਮੁਦਰਾ ਦੀ ਖਰੀਦ ਸ਼ਕਤੀ} = \frac{1}{\text{ਕੀਮਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ}}$$

(ੲ) ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਕ (Helpful in forecasting) :

ਅਸੀਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਭਵਿੱਖਬਾਣੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਵਪਾਰੀ ਜਾਂ ਉਤਪਾਦਕ ਭਵਿੱਖ ਦੀ ਮੰਗ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰੋ: ਐਮ.ਆਰ. ਸਪੀਗਲ ਨੇ ਲਿਖਿਆ ਹੈ। "Many government and private agencies are engaged in computation of the index number for the purpose of forecasting business and economic condition providing general information etc.".

4. ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ :

ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ੳ) ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ (Unweighted index numbers) :

ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਸਮੇਂ ਹਰ ਇੱਕ ਮੱਦ ਨੂੰ ਇਕੋ ਜਿਹਾ ਭਾਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ।

(i) ਸਰਲ ਸਾਮੂਹਿਕ ਵਿਧੀ (Simple aggregative method)

(ii) ਸਰਲ ਸਾਪੇਖ ਔਸਤ ਵਿਧੀ (Simple average of relatives method)

(ਅ) ਭਾਰਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ (Weighted aggregative method) :

ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਮਹੱਤਤਾ ਅਨੁਸਾਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਭਾਰ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਭਾਰਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਵੀ ਦੋ ਵਿਧੀਆਂ-ਭਾਰਿਤ ਸਾਮੂਹਿਕ ਵਿਧੀ ਅਤੇ ਭਾਰਿਤ ਸਾਪੇਖ ਔਸਤ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਭਾਰਿਤ ਸਮੂਹਿਕ ਵਿਧੀ ਦੇ ਹੇਠ ਇਥੇ ਤਿੰਨ ਤਰੀਕਿਆ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

(i) ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਵਿਧੀ (Laspeyre's Method)

(ii) ਪਾਸਚੇਜ਼ ਵਿਧੀ (Paasche's Method)

(iii) ਫਿਸ਼ਰ ਵਿਧੀ (Fisher's Method)

4. (ੳ) **ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ**

(i) ਸਰਲ ਸਾਮੂਹਿਕ ਵਿਧੀ :

ਇਹ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਸਰਲ ਵਿਧੀ ਹੈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਸੂਚਕ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਲਈ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤਾਂ ਦੀਆਂ ਵਰਤਮਾਨ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨਾਲ ਵੰਡ ਕੇ 100 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੀਮਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ $(P_{01}) = \dfrac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$

ਇਥੇ $\sum P_1$ = ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

$\sum P_0$ = ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

ਉਦਾਹਰਣ 1 : ਸਰਲ ਸਾਮੂਹਿਕ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਦੱਸੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਸਤਾਂ	1988 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ (ਰੁਪੈ)	1992 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ (ਰੁਪੈ)
A	20	60
B	15	25
C	18	22
D	27	38
E	12	50

ਹੱਲ : ਇਥੇ 1988 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਆਧਾਰ ਕੀਮਤਾਂ ਹਨ ਅਤੇ 1992 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਹਨ।ਆਧਾਰ ਸਾਲ 1988 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਨੂੰ P_0 ਅਤੇ 1992 ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਨੂੰ P_1 ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਵਸਤਾਂ	P_0	P_1
A	20	60
B	15	25
C	18	22
D	27	38
E	12	50
	$\sum P_0 = 92$	$\sum P_1 = 195$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 = \frac{195}{92} \times 100 = 211.9$$

$P_{01} = 211.9$

(ੳ) **(ii) ਸਰਲ ਸਾਪੇਖ ਔਸਤ ਵਿਧੀ :**

ਇਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਲਈ ਹਰ ਇੱਕ ਮੱਦ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਕੀਮਤ

ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੀ ਕੀਮਤ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇ ਕੇ 100 ਨਾਲ, ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਨਤੀਜਿਆਂ ਨੂੰ ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਸਾਪੇਖ ਕੀਮਤ (Price relative) ਕਿਹਾ ਜਾਦਾ ਹੈ। ਅਰਥਾਤ

ਸਾਪੇਖ ਕੀਮਤ $(P) = \frac{P_1}{P_0} \times 100$

ਸਾਪੇਖ ਕੀਮਤਾਂ (P) ਦਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਮਗਰੋਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਦੋ ਢੰਗਾਂ ਨਾਲ ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਜਾਂ ਗੁਣਾਂਤਰ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ (Arithmetic Mean) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$P_{01} = \frac{\sum P}{N}$ ਇਥੇ $P = \frac{P_1}{P_0} \times 100$

ਅਤੇ N ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਗੁਣਾਂਤਰ ਔਸਤ (Geometric Mean) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

$$P_{01} = Anti\log \frac{\sum Log\ P}{N}$$

ਉਦਾਹਰਣ 2 : ਗਣਿਤਿਕ ਔਸਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਰਲ ਸਾਪੇਖ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ 2003 ਲਈ 2002 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਮੰਨ ਕੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ।

ਵਸਤਾਂ	A	B	C	D	E
2002 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ (ਰੁਪੈ)	50	40	80	110	20
2003 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ (ਰੁਪੈ)	70	60	90	120	20

ਹੱਲ : ਸਰਲ ਸਾਪੇਖ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਸਾਪੇਖ ਕੀਮਤ ਦਾ ਪਤਾ $P = \frac{P_1}{P_0} \times 100$ ਸੂਤਰ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਵਸਤਾਂ	2002 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ (ਰੁਪੈ) (P_0)	2003 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ (ਰੁਪੈ) (P_1)	ਸਾਪੇਖ ਕੀਮਤ $\frac{P_1}{P_0} \times 100$
A	50	70	140.0
B	40	60	150.0
C	80	90	112.5
D	110	120	109.1
E	20	20	100.0
			$\sum P = 611.6$

$$P_{01} = \frac{\sum P}{N} = \frac{611.6}{5} = 122.32$$

4. (ਅ) **ਭਾਰਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ**

(i) ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਵਿਧੀ :

ਇਹ ਵਿਧੀ ਸੰਨ 1871 ਵਿੱਚ ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਭਾਰ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ।

$$P_{01} = \frac{\sum p_1\ q_0}{\sum p_0\ q_0} \times 100$$

(ii) ਪਾਸਚੇਜ਼ ਵਿਧੀ :

ਜਰਮਨ ਦੇ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਪਾਸ਼ਚੇਜ਼ ਨੇ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸੰਨ 1874 ਵਿੱਚ ਕੀਤੀ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਮਾਤਰਾ ਨੂੰ ਭਾਰ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ।

$$P_{01} = \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum p_0\ q_1} \times 100$$

(iii) ਫਿਸ਼ਰ ਦੀ ਵਿਧੀ :

ਪ੍ਰੋ: ਇਰਵਿੰਗ ਫਿਸ਼ਰ ਨੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਅਤੇ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੋਨਾਂ ਸਾਲਾਂ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ, ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਅਤੇ ਪਾਸਚੇਜ਼ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾਂਤਰ ਔਸਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$P_{01} = \sqrt{L \times P}$ ਅਰਥਾਤ

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1\ q_0}{\sum p_0\ q_0} \times \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum p_0\ q_1}} \times 100$$

ਉਦਾਹਰਣ 3 : ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼, ਪਾਸਚੇਜ਼ ਅਤੇ ਫਿਸ਼ਰ ਦੇ ਸੂਤਰ ਰਾਹੀਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਸਤੂ	ਸਾਲ 2002		ਸਾਲ 2003	
	ਕੀਮਤ	ਮਾਤਰਾ	ਕੀਮਤ	ਮਾਤਰਾ
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

ਹੱਲ : ਸਾਲ 2002 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਹਨ ਅਤੇ ਸਾਲ 2003 ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਹਨ।

ਵਸਤੂ	p_0	q_0	p_1	q_1	$p_1 q_0$	$p_0 q_0$	$p_0 q_1$	$p_1 q_1$
A	2	8	4	6	32	16	12	24
B	5	10	6	5	60	50	25	30
C	4	14	5	10	70	56	40	50
D	2	19	2	13	38	38	26	26
					200	160	103	130

ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਵਿਧੀ : $P_{01} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100 = \frac{200}{160} \times 100 = 125$

ਪਾਸਚੇਜ਼ ਵਿਧੀ : $P_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100 = \frac{130}{103} \times 100 = 126.21$

ਫਿਸ਼ਰ ਵਿਧੀ : $P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}} \times 100$

$$p_{01} = \sqrt{\frac{200}{160} \times \frac{130}{103}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.25 \times 1.256} \times 100$$

$= 126.6$

ਉਦਾਹਰਣ : 4 ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਉਚਿਤ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਕੀਮਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਗਿਆਤ ਕਰੋ।

ਵਸਤੂ	ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਕੀਮਤ ਪ੍ਰਤੀ ਇਕਾਈ	ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ (ਰੁਪੈ)	ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਕੀਮਤ ਪ੍ਰਤੀ ਇਕਾਈ	ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ (ਰੁਪੈ)
A	2	40	5	75
B	4	16	8	40
C	1	10	2	24
D	5	25	10	60

ਹੱਲ : ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਅਤੇ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਕੁੱਲ ਖਰਚਾ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਫਿਸ਼ਰ ਵਿਧੀ ਸਭ ਤੋਂ ਉਚਿਤ ਹੈ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀ ਮਾਤਰਾ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਵਸਤੂ	p_0	$p_0 q_0$	p_1	$p_1 q_1$	q_0	q_1	$p_1 q_0$	$p_0 q_1$
A	2	40	5	75	20	15	100	30
B	4	16	8	40	4	5	32	20
C	1	10	2	24	10	12	20	12
D	5	25	10	60	5	6	50	30
		91		199			202	92

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{202}{91} \times \frac{199}{92}} \times 100$$

$$= 2.1912 \times 100 = 219.12$$

5. **ਚੰਗੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਲਈ ਕਸਵੱਟੀ : (Tests of adequacy of index number) :**

ਉੱਪਰ ਅਸੀ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਦੇ ਕਈ ਢੰਗ ਦੱਸੇ ਹਨ। ਪਰ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੀ ਵਿਧੀ ਜਿਆਦਾ ਉਚਿਤ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਪਰਖ ਜਾਂ ਨਿਰੀਖਣ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰੋ: ਫਿਸ਼ਰ ਨੇ ਮੁੱਖ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੋ ਕਸਵੱਟੀਆਂ ਦੱਸੀਆਂ ਹਨ।

(ੳ) ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸੱਵਟੀ (Time reversal test)

(ਅ) ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸੱਵਟੀ (Factor reversal test)

(ੳ) ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ :

ਪ੍ਰੋ: ਫਿਸ਼ਰ ਦੁਆਰਾ ਦੱਸੀ ਗਈ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਤਰਨ ਕਸਵੱਟੀ ਅਨੁਸਾਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ ਅਗਾਂਹ ਵੱਲ ਤੇ ਪਿਛਾਂਹ ਵੱਲ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਕੰਮ ਕਰਨੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਪ੍ਰੋ: ਫਿਸ਼ਰ ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ : "The formula for calculating an index number should be such that it gives the same ratio between one point of comparison and the other, no matter which of the two is taken as the base".

ਇਸ ਕਸਵੱਟੀ ਅਨੁਸਾਰ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਦੋ ਸਾਲ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਆਧਾਰ ਬਦਲ ਕੇ ਇਕੋ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਹ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਰਥਾਤ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਇੱਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਰਥਾਤ :

$$p_{01} \times p_{10} = 1$$

ਇਥੇ p_{01} ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਸਾਲ "0" ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਲੈ ਕੇ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ "1" ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ 1 ਅਤੇ p_{10} ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਸਾਲ "1" ਨੂੰ ਆਧਾਰ ਸਾਲ ਲੈ ਕੇ ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ "0" ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ।

ਜੇ $p_{01} \times p_{10} = 1$ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਤਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰੀ ਉਤਰਦੀ ਹੈ ਪਰ ਜੇ $p_{01} \times p_{10} \neq 1$ ਤਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰਾ ਨਹੀਂ ਉਤਰਦਾ। ਇਹ ਕਸਵੱਟੀ ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਅਤੇ ਪਾਸਚੇਜ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ।

ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 \ q_0}{\sum p_0 \ q_0} \quad , \quad P_{10} = \frac{\sum p_0 \ q_1}{\sum p_1 \ q_1}$$

$$p_{01} \times p_{10} = \frac{\sum p_1 \ q_0}{\sum p_0 \ q_0} \times \frac{\sum p_0 \ q_1}{\sum p_1 \ q_1} \neq 1$$

ਸੋ ਲਾਸਪੇਅਰਜ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸੂਤਰ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰਾ ਨਹੀਂ ਉਤਰਦਾ।

ਪਾਸਚੇਜ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 \ q_1}{\sum p_0 \ q_1} \quad , \quad P_{10} = \frac{\sum p_0 \ q_0}{\sum p_1 \ q_0}$$

$$p_{01} \times p_{10} = \frac{\sum p_1 \ q_1}{\sum p_0 \ q_1} \times \frac{\sum p_0 \ q_0}{\sum p_1 \ q_0} \neq 1$$

ਪਾਸਚੇਜ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸੂਤਰ ਵੀ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸੱਵਟੀ ਤੇ ਪੂਰਾ ਨਹੀਂ ਉਤਰਦਾ।
ਪਰ ਫਿਸ਼ਰ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਵਿਧੀ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰੀ ਉਤਰਦੀ ਹੈ।

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 \ q_0}{\sum p_0 \ q_0} \times \frac{\sum p_1 \ q_1}{\sum p_0 \ q_1}}$$

ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਰਨ ਤੇ

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_0 \ q_1}{\sum p_1 \ q_1} \times \frac{\sum p_0 \ q_0}{\sum p_1 \ q_0}}$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_1 \ q_0}{\sum p_0 \ q_0} \times \frac{\sum p_1 \ q_1}{\sum p_0 \ q_1} \times \frac{\sum p_0 \ q_1}{\sum p_1 \ q_1} \times \frac{\sum p_0 \ q_0}{\sum p_1 \ q_0}}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

(ਅ) ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ :

ਇੱਕ ਚੰਗੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਲਈ ਪ੍ਰੋ: ਫਿਸ਼ਰ ਦੁਆਰਾ ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਅਨੁਸਾਰ ਜੇ ਇੱਕ ਹੀ ਆਧਾਰ ਤੇ ਵਰਤਮਾਨ ਸਮਾਂ ਲੈ ਕੇ ਕੀਮਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੋਹਾਂ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਮੁੱਲ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋਨਾਂ ਸੂਚਕ ਅਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਸਲ ਮੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।

ਪ੍ਰੋ: ਫਿਸ਼ਰ ਦੇ ਸਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "Just as each formula should permit the inter change of the two times without giving inconsistent results, so it ought to permit interchanging the prices and quantities without giving inconsistent result, i.e., the two results multiplied together should give the true value ratio.

ਅਰਥਾਤ $P_{01} \times Q_{01} = \dfrac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$

ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਨੂੰ ਸਿਰਫ ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸੂਤਰ ਹੀ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\left(\sum p_1 q_1\right)^2}{\left(\sum p_0 q_0\right)^2}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

ਸੋ ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸੂਤਰ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਅਤੇ ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰਾ ਉਤਰਦਾ ਹੈ ਇਸੇ ਕਾਰਨ ਫਿਸ਼ਰ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸੂਤਰ ਨੂੰ ਆਦਰਸ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸੂਤਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 5 : ਹੇਠ ਦੱਸੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਆਦਰਸ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਅਤੇ ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰਾ ਉਤਰਦਾ ਹੈ।

	ਆਧਾਰ ਸਾਲ		ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ	
ਵਸਤੂ	ਕੀਮਤ	ਮਾਤਰਾ	ਕੀਮਤ	ਮਾਤਰਾ
A	6	50	10	56
B	2	100	2	120
C	4	60	6	60
D	10	30	12	24

ਹੱਲ :

ਵਸਤੂ	p_0	q_0	p_1	q_1	$p_0\ q_0$	$p_0\ q_1$	$p_1\ q_0$	$p_1\ q_1$
A	6	50	10	56	300	336	500	560
B	2	100	2	120	200	240	200	240
C	4	60	6	60	240	240	360	360
D	10	30	12	24	300	240	360	288
					1040	1056	1420	1448

ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਆਦਰਸ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1\ q_0}{\sum p_0\ q_0} \times \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum p_0\ q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{1420}{1040} \times \frac{1448}{1056}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.8722} \times 100$$

$$P_{01} = 1.3683 \times 100 = 136.83$$

ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1\ q_0}{\sum p_0\ q_0} \times \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum p_0\ q_1}} \quad = \sqrt{\frac{1420}{1040} \times \frac{1448}{1056}}$$

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_0\ q_1}{\sum p_1\ q_1} \times \frac{\sum p_0\ q_0}{\sum p_1\ q_0}} \quad = \sqrt{\frac{1056}{1448} \times \frac{1040}{1420}}$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{1420}{1040} \times \frac{1448}{1056} \times \frac{1056}{1448} \times \frac{1040}{1420}}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

ਸੋ ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਆਦਰਸ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸਿਧਾਂਤ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1\ q_0}{\sum p_0\ q_0} \times \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum p_0\ q_1}} \quad = \sqrt{\frac{1420}{1040} \times \frac{1448}{1056}}$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1\ p_0}{\sum q_0\ p_0} \times \frac{\sum q_1\ p_1}{\sum q_0\ p_1}} \quad = \sqrt{\frac{1056}{1040} \times \frac{1448}{1420}}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{1420}{1040} \times \frac{1448}{1056} \times \frac{1056}{1040} \times \frac{1448}{1420}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1448)^2}{(1040)^2}} \quad = \frac{1448}{1040} \quad = \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum p_0\ q_0}$$

ਫਿਸ਼ਰ ਦਾ ਆਦਰਸ਼ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਨੂੰ ਵੀ ਪੂਰਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

IV. ਸਾਰ

ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਵਿੱਚ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋ ਸਭ ਤੋ ਪਹਿਲਾਂ ਇਟਲੀ ਦੇ ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨੀ ਜੀ.ਆਰ. ਕਾਰਲੀ ਨੇ ਕੀਤੀ। ਉਸ ਨੇ ਸੰਨ 1500 ਤੋ ਲੈ ਕੇ 1750 ਤੱਕ ਕੀਮਤਾਂ ਵਿੱਚ ਆਈ ਤਬਦੀਲੀ ਦੇ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋ ਕੀਤੀ। ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅੰਕੜਾ ਸ਼ਾਸਤਰ ਦੀ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਧਾਰਨਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਰਾਹੀ ਸਮੇ ਸਥਾਨ ਜਾਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਕਾਰਨਾ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਤੱਤ ਜਾਂ ਤੱਤਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖਿਕ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਸੂਚਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਵਿੱਚ ਕਈ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਨਾ ਪੈਦਾ ਹੈ ਜਿਹਾ ਕਿ - ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦਾ ਉਦੇਸ਼, ਆਧਾਰ ਸਮੇ ਦੀ ਚੋਣ, ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੀ ਚੋਣ, ਕੀਮਤਾਂ ਦੀ ਚੋਣ, ਔਸਤ ਦੀ ਚੋਣ, ਉਚਿਤ ਭਾਰ ਦੀ ਚੋਣ ਅਤੇ ਉਚਿਤ ਵਿਧੀ ਦੀ ਚੋਣ ਆਦਿ। ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਰਥਾਤ ਭਾਰ ਰਹਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਅਤੇ ਭਾਰਿਤ ਸੂਚਕ ਅੰਕ। ਫਿਸ਼ਰ ਦੇ ਸੂਚਕ ਅੰਕ ਨੂੰ ਆਦਰਸ਼ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਉਕਿ ਇਹ ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਅਤੇ ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ ਤੇ ਪੂਰਾ ਉਤਰਦਾ ਹੈ।

V. ਮਹੱਤਵਪੂਰਣ ਸ਼ਬਦ (Key Words)

ਸੂਚਕ ਅੰਕ
ਆਧਾਰ ਸਾਲ
ਵਰਤਮਾਨ ਸਾਲ
ਸਥਿਰ ਆਧਾਰ
ਕੜੀ ਆਧਾਰ
ਭਾਰ
ਸਮਾਂ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ
ਸਾਧਨ ਪ੍ਰੀਵਰਤਨ ਕਸਵੱਟੀ

VI. ਪ੍ਰਸਤਾਵਿਤ ਪੁਸਤਕ ਸੂਚੀ (Suggested Books)

S.P. Gupta : Statistical Method
P.S. Grewal : Numerical Methods of Statistical Analysis
S.L. Aggarwal and S.L. Bhardwaj : Quantitative Techniques

VII. ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ

(i) ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. What are index numbers?
2. What are the uses of index numbers?
3. Why Fisher's Index is called ideal?

(ii) ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. Discuss briefly the problems faced in the construction of an index number of prices.
2. From the following data construct a price index number applying Laspeyres, Paasche's and Fisher Ideal Index method.

Commodity	Base Year		Current Year	
	Price per Unit	Expenditure (Rs.)	Price per Unit	Expenditure (Rs.)
A	2	40	5	75
B	4	16	8	40
C	1	10	2	24
D	5	25	10	60

3. Calculate the Fisher's ideal index from the following data and prove that it satisfies both the time reversal and factor reversal test.

Commodity	2002		2003	
	Price	Qty.	Price	Qty.
A	8	10	10	12
B	10	12	12	8
C	5	8	5	10
D	4	14	3	20
E	20	5	25	6

ਪਾਠ ਨੰਬਰ : 2.4 | ਲੇਖਿਕਾ : ਡਾ. ਵਿਪਲਾ ਚੋਪੜਾ

ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ
(Time Series Analysis)

ਰੂਪ ਰੇਖਾ (Structure)

2.4.0 ਭੂਮਿਕਾ
2.4.1 ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼
2.4.2 ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਹਿੱਸੇ
 2.4.2.1 ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਝੁਕਾਉ
 2.4.2.2 ਚੱਕਰੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ
 2.4.2.3 ਮੌਸਮੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ
 2.4.2.4 ਅਨਿਰੰਤਰ ਤਬਦੀਲੀਆਂ
2.4.3 ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰਨ ਦੇ ਢੰਗ
 2.4.3.1 ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿਧੀ
 2.4.3.2 ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ
2.4.4 ਸਾਰਾਂਸ਼
2.4.5 ਪ੍ਰਸ਼ਨ
2.4.6 ਪੜ੍ਹਨ ਯੋਗ ਪੁਸਤਕਾਂ

2.4.0 ਭੂਮਿਕਾ

ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦਾ ਅੱਜ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਹੱਤਵ ਹੈ। ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦਾ ਇਸਤੇਮਾਲ ਨਾਂ ਕੇਵਲ ਅਰਥ ਸ਼ਾਸਤਰੀ, ਵਪਾਰੀ, ਸਾਇੰਸਦਾਨ ਆਦਿ ਕਰਦੇ ਹਨ ਸਗੋਂ ਹਰ ਆਦਮੀ ਇਸ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਨਾ ਕਿਸੇ ਸ਼ਕਲ ਵਿਚ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਾਧਾਰਣ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ (Time Series) ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ "An arrangement of data according to time is called time series." ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ ਉਤਪਾਦਨ, ਕੀਮਤਾਂ, ਆਯਾਤ-ਨਿਰਯਾਤ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਜੇਕਰ ਸਮੇਂ ਅਨੁਸਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਕਹਲਾਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਣ 1:

ਸਾਲ :	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
ਉਤਪਾਦਨ :	15	14	12	13	16	15	14

ਉਦਾਹਰਣ 2:

ਸਾਲ :	1990	1991	1992	1993	1994	1995
ਕੀਮਤਾ : (ਰੁ: ਵਿਚ)	20	22	25	24	23	21

ਪ੍ਰੀਭਾਸ਼ਾਵਾਂ

ਪ੍ਰੋ. ਕਰਾਕਸਟਨ ਅਤੇ ਕਾਊਡਨ (Croxton and Cowden) ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "A time series consists of data arranged choronologically."

Ya-Lue-Chou ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "A time series refers to collection of readings belonging to different time periods, of some economic variable or composite of variables."

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰੋ. ਐਮ. ਆਰ. ਸਪੀਗਲ ਅਨੁਸਾਰ :

"A time series is a set of observations taken at specified times, usually at equal intervals." Mathematically, a time series is defined by the values $y_1 y_2$ .... of a variable y at time t_1, t_2 .... Thus y is function of t, symbolically $y = f(t)$."

ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਚਰ (Variable) ਦਾ behaviour ਲੰਮੇ ਸਮੇਂ ਲਈ ਦਸਦੀ ਹੈ। ਅਰਥ-ਸ਼ਾਸ਼ਤਰੀ ਬੀਤੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੇ ਭਵਿੱਖ ਬਾਰੇ ਕੀਮਤਾਂ ਦੇ ਵਾਧੇ ਦੀ ਦਰ, ਅਬਾਦੀ ਦੇ ਵਾਧੇ ਦੀ ਦਰ, ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਆਮਦਨ ਦੇ ਵਾਧੇ ਦੀ ਦਰ, ਨਿਵੇਸ਼, ਬੱਚਤਾਂ ਅਤੇ ਵਿਕਰੀ ਆਦਿ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਲਈ ਕੁਝ ਜਰੂਰੀ ਗੱਲਾਂ।

(i) ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਚਰ ਇਕੋ ਹੀ ਵਿਸ਼ੇ ਨਾਲ ਸਬੰਧਤ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ। (All the values in a time series must relate to the same phenomenon)

(ii) ਕਿਸੇ ਵੀ ਚਰ ਦੇ ਆਕੜੇ ਲੰਬੇ ਸਮੇਂ ਲਈ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

(iii) ਚਰ ਦੇ ਅਲੱਗ ਅਲੱਗ ਮੁਲਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

2.4.1 ਪਾਠ ਦਾ ਉਦੇਸ਼

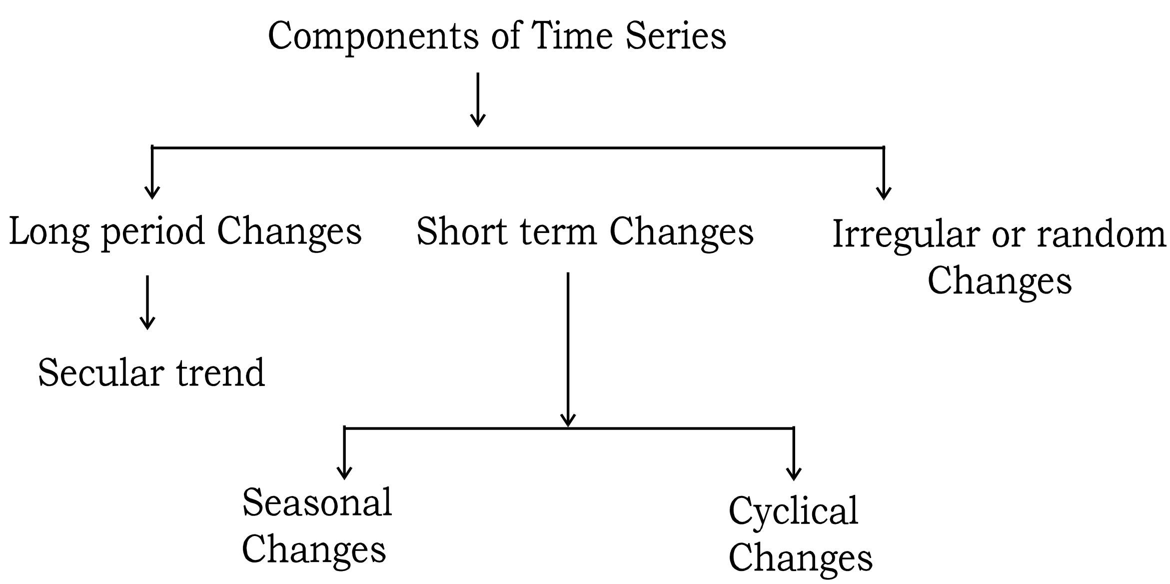
Hirsh ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, "The main object of analysing time series is to understand, interpret and evaluate changes in economic phenomenon in the hope of more correctly anticipating the course of future events."

ਇਸ ਪਾਠ ਦਾ ਮੁੱਖ ਉਦੇਸ਼ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦਾ ਮਤਲਬ, ਉਸਦੇ ਹਿੱਸੇ ਅਤੇ ਝੁਕਾਉ (Trend) ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਦੇ ਅਲਗ ਅਲਗ ਢੰਗਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨਾ ਹੈ।

2.4.2 ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਹਿੱਸੇ

ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਨਿਮਨ-ਲਿਖਿਤ ਚਾਰ ਹਿੱਸੇ ਹਨ :

1. ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਝੁਕਾਉ (Secular Trend)
2. ਚੱਕਰੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ (Cyclical Fluctuations)
3. ਮੌਸਮੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ (Seasonal Fluctuations)
4. ਅਨਿਰੰਤਰ ਤਬਦੀਲੀਆਂ (Irregular Fluctuations)



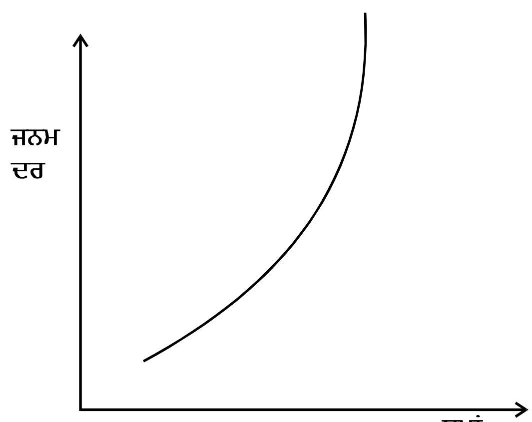
2.4.2.1 ਵਿਰਕਾਰਲੀ ਝੁਕਾਉ (Secular Trend)

ਸ਼ਬਦ 'Secular' ਤੋਂ ਭਾਵ ਲੰਬੇ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤੇ ਸ਼ਬਦ 'Trend' ਤੋਂ ਅਰਥ ਝੁਕਾਅ ਹੈ। 'Secular trend' ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਇਕ ਲੰਬੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਲੜੀ ਦੀਆਂ ਸਮਤਲ ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਆਉਣਾ। ਅਬਾਦੀ ਦਾ ਵਾਧਾ, ਤਕਨੀਕੀ ਤਬਦੀਲੀ, ਪੂੰਜੀ ਨਿਰਮਾਣ, ਕੁਦਰਤੀ ਸਾਧਨਾਂ ਦੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵਰਤੋਂ, ਹੜ੍ਹ, ਤੂਫਾਨ ਆਦਿ ਲੰਮੇ ਸਮੇਂ ਵਿਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਦੇ ਮੁੱਖ ਕਾਰਨ ਹਨ। ਝੁਕਾਉ (Trend) ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ :

(i) Upward Trend
(ii) Downward Trend

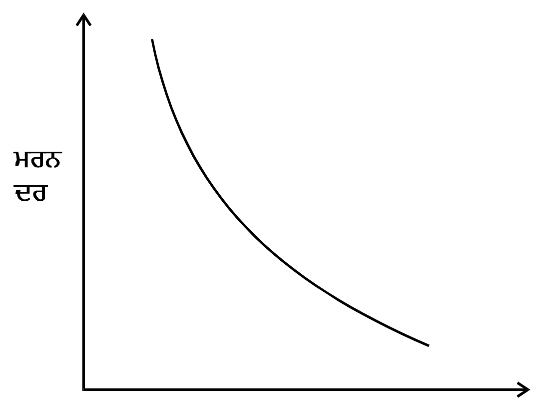
ਹੇਠਾਂ ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਦੋਨੋਂ ਝੁਕਾਉ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ :

(i) Upward Trend



ਚਿੱਤਰ 1

(ii) Downward Trend

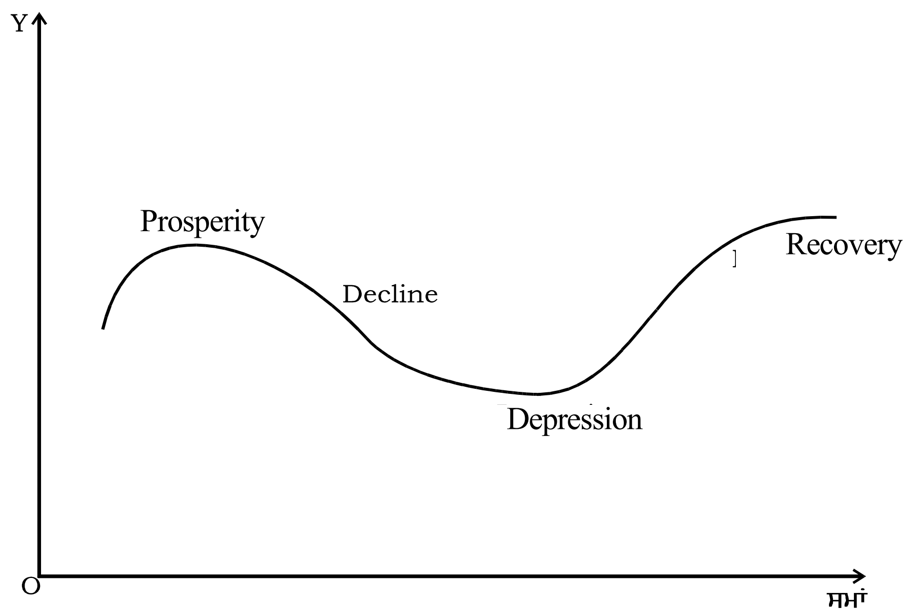


ਚਿੱਤਰ 2

2.4.2.2 ਚੱਕਰੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ (Cyclical Variations)

ਚੱਕਰੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਤੋਂ ਭਾਵ ਇਕ ਸਾਲ ਦੇ ਸਮੇਂ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਨਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਵਪਾਰਕ ਚੱਕਰ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਉਤਰਾਅ-ਚੜਾਅ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਗਤੀਆਂ ਨੂੰ ਚਾਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ :

(i) ਖੁਸ਼ਹਾਲੀ (Prosperity)
(ii) ਉਤਰਾਅ ਦਾ ਸਮਾਂ (Decline)
(iii) ਮੰਦੀਕਾਲ (Depression)
(iv) ਚੜ੍ਹਾਅ ਦਾ ਸਮਾਂ (Recovery)



fu

Lincoln L. Chao ਦੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ,, "Cyclical variations are characterised by up and down movements, which are different from the seasonal fluctuations in the sense that the former extend over longer periods of time-usually two or more years. The time gap between two successive peaks is called as cyclical period.

2.4.2.3 ਮੌਸਮੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ (Seasonal Variations)

ਵਪਾਰਕ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਵਿਚ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਮੌਸਮੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਹਨ ਜੋ 12 ਮਹੀਨਿਆਂ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵਿਚ ਵਾਪਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਮੌਸਮੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਭਾਵਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਮੁੱਖ ਦੋ ਤੱਤ ਹਨ :

(i) ਮੌਸਮੀ ਤਬਦੀਲੀ ਅਤੇ (ii) ਫੈਸ਼ਨ, ਰੀਤੀ ਰਿਵਾਜ ਅਤੇ ਆਦਤਾਂ ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਗਰਮੀਆਂ ਵਿਚ ਬਰਫ਼, ਕੂਲਰ, ਪੱਖੇ ਆਦਿ ਦੀ ਮੰਗ ਵੱਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਰਦੀ ਦੇ ਮੌਸਮ ਵਿਚ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਮੰਗ ਘੱਟ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਦੁਸ਼ਹਿਰਾ, ਦੀਵਾਲੀ, ਲੋਹੜੀ ਆਦਿ ਤਿਉਹਾਰ ਤੇ ਮਠਿਆਈਆਂ ਦੀ ਮੰਗ ਵੱਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

2.4.2.4 ਅਨਿਰੰਤਰ ਤਬਦੀਲੀਆਂ (Irregular Variations)

ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਅਚਾਨਕ ਬਿਨਾਂ ਉਮੀਦ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਪੈਦਾ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੜ੍ਹ, ਭੂਚਾਲ, ਬੀਮਾਰੀ ਤਾਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਨਿਰੰਤਰ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਲੰਮੇ ਸਮੇਂ ਦੀਆਂ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

2.4.3 ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰਨ ਦੇ ਢੰਗ (Methods of Measurement of Trend)

ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦੀਆਂ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਢੰਗਾਂ ਨਾਲ ਮਾਪ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

(i) ਗਰਾਫ ਵਿਧੀ (Graphic Method)
(ii) ਅਰਧ ਔਸਤ ਵਿਧੀ (Method of Semi-Averages)
(iii) ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਦੀ ਵਿਧੀ (Method of Moving Averages)
(iv) ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ (Method of Least Square)

ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ (iii) ਅਤੇ (iv) ਵਿਧੀ ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ ਪੂਰਵਕ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ।

2.4.3.1 ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿਧੀ (Method of Moving Average)

ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਬਹੁਤ ਅਸਾਨ ਅਤੇ ਬਹੁਤ ਵਿਆਪਕ ਪ੍ਰਯੋਗ ਹੋਣ ਵਾਲਾ ਤਰੀਕਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਸਾਲਾਂ ਦੀ ਔਸਤ ਲੈ ਕੈ ਅਗਲੀ ਵਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਲ ਛੱਡ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਸਾਲ ਲੈ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਆ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾ ਕੇ ਹਰ ਵਾਰ ਨਵੀਂ ਔਸਤ ਹਾਸਲ ਕਰ ਲਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਹਰ ਇਕ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਨੂੰ ਕਾਲ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਪਲਾਨ ਕਰੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ Secular Trend ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਜਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਦਾ ਸਮਾਂ ਕੀ ਹੈ ਅਰਥਾਤ ਕੀ ਤਬਦੀਲੀ ਚੱਕਰ 3 ਸਾਲ, 4 ਸਾਲ, 5 ਸਾਲ, 7 ਸਾਲ ਜਾਂ 8 ਸਾਲ ਹੈ।

(i) Odd Period

ਮੰਨ ਲਉ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਮੱਦਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ a, b, c, d, e.......... ਹੋਵੇ ਤਾਂ 3 ਸਾਲਾ ਦੀ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੋਵੇਗੀ।

$$\frac{a+b+c}{3}, \frac{b+c+d}{3}, \frac{c+d+e}{3}, \frac{d+e+f}{3} \quad ....$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੰਜਾ ਸਾਲਾਂ ਦੀ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੋਵੇਗੀ।

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}, \frac{b+c+d+e+f}{5}, \frac{c+d+e+f+g}{5}$$

ਉਦਾਹਰਣ 3:

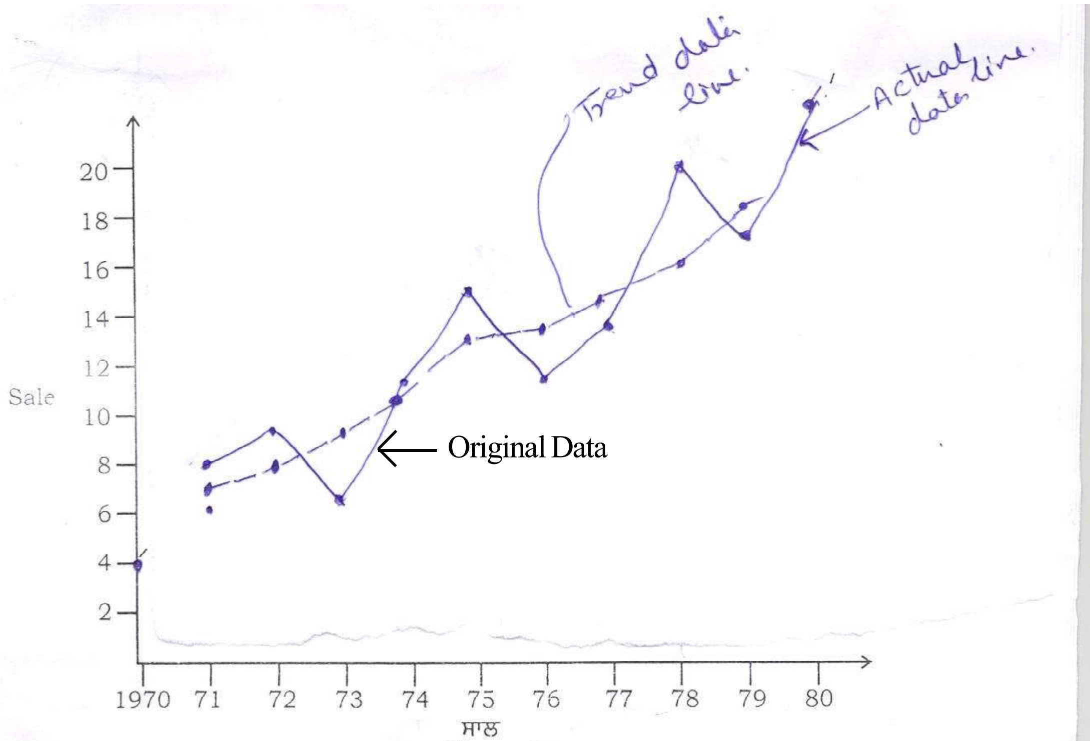
ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਤਿੰਨ ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਸਾਲ :	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
ਸੇਲ (Sale):	4	8	9	7	11	15	11	13	18	16	20

ਹੱਲ:

ਸਾਲ	**ਸੇਲ (Sale)**	**ਤਿੰਨ ਸਾਲਾ ਜੋੜ (3 Year Moving Total)**	**ਤਿੰਨ ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ (3yr's M. Av) (Trend)**
1970	4		
1971	8	21	7
1972	9	24	8
1973	7	27	9
1974	11	33	11
1975	15	37	12.33
1976	11	39	13
1977	13	42	14
1978	18	47	15.67
1979	16	54	18
1980	20		

Trend ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸਲੀ ਅੰਕੜੇ ਅਤੇ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਨੂੰ ਗਰਾਫ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੇਠਾਂ ਚਿੱਤਰ 4 ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਦੇਖੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 1

ਉਦਾਹਰਣ 4:

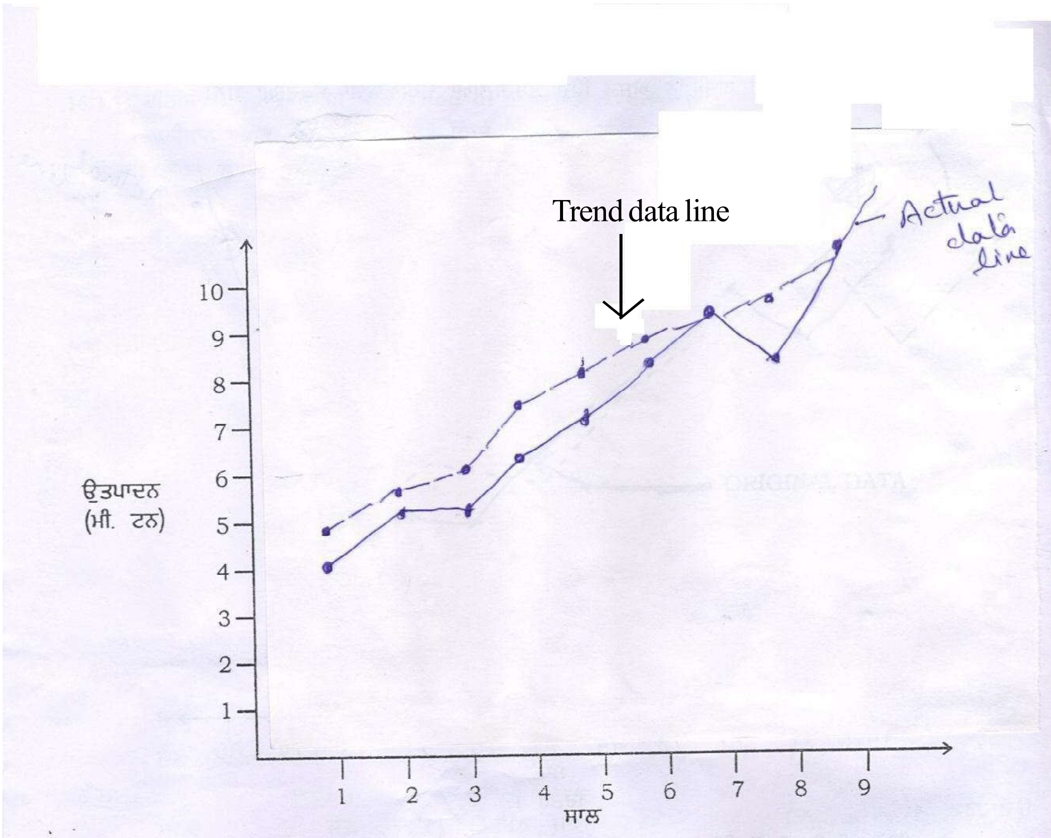
ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਤਿੰਨ ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਸਾਲ :	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
ਉਤਪਾਦਨ: (ਮੀ. ਟਨ)	**4**	**5**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**8**	**10**

ਹੱਲ:

ਸਾਲ	**ਉਤਪਾਦਨ**	**ਤਿੰਨ ਸਾਲ ਜੋੜ**	**ਤਿੰਨ ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ**
1	4	-	-
2	5	14	4.67
3	5	16	5.33
4	6	18	6.00
5	7	21	7.00
6	8	24	8.00
7	9	25	8.33
8	8	27	9.00
9	10	-	-

ਚਿੱਤਰ 5 ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਦੇਖੀਆ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 5

ਗਰਾਫ਼ ਉਪਰ X-axis ਤੇ ਸਾਲ ਅਤੇ Y-axis ਤੇ ਉਤਪਾਦਨ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ।

ਜਿਸਤ ਸਮਾਂ (Even Period)

ਜਦੋਂ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਦਾ ਜਿਸਤ ਸਮਾਂ (Even Period) ਹੋਵੇ ਜਿਵੇਂ ਚਾਰ ਸਾਲ, ਛੇ ਸਾਲ ਜਾਂ ਅੱਠ ਸਾਲ ਤਾਂ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਦਿੱਤੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਮੱਧ ਦੇ ਦੋ ਸਾਲਾਂ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਲਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਦੂਜੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਨੂੰ ਕੇਂਦਰਿਤ ਕਰ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਕਾਰਣ ਉਹ ਮੌਲਿਕ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਉ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਵਿੱਚ ਮੱਦਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ a, b, c, d, e............ ਹੈ ਤਾਂ ਚਾਰ ਸਾਲ ਦਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੋਵੇਗੀ।

$$\frac{a+b+c+d}{4}, \frac{b+c+d+e}{4}, \frac{c+d+e+f}{4} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ਮੰਨ ਲਉ $\frac{a+b+c+d}{4} = A_1, \frac{b+c+d+e}{4} = A_2, \frac{c+d+e+f}{4} = A_3$

ਜਿਸਤ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਨੂੰ ਹੇਠ ਦਰਸਾਏ ਢੰਗ ਨਾਲ ਕੇਂਦਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\frac{A_1 + A_2}{2}, \frac{A_2 + A_3}{2}, \frac{A_3 + A_4}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ਪਹਿਲਾਂ ਕੇਂਦਰਿਤ ਮੁੱਲ ਤੀਜੇ ਸਾਲ ਅੱਗੇ, ਦੂਜਾ ਕੇਂਦਰਿਤ ਮੁੱਲ ਚੌਥੇ ਸਾਲ ਅੱਗੇ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਾਕੀ ਕੇਂਦਰਿਤ ਮੁੱਲ ਲਿਖੇ ਜਾਣਗੇ।

ਉਦਾਹਰਣ 5:

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ 4 ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ

ਸਾਲ :	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
ਉਤਪਾਦਨ :	464	515	518	467	502	540	557	571	586	612

ਹੱਲ:

ਸਾਲ	ਉਤਪਾਦਨ	ਚਾਰ-ਸਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਜੋੜ average	4-yearly moving average	4-yearly moving average centred
1998	464	-	-	-
1999	515	-	-	-
		1964		
2000	518		491.0	-
		2002		495.75
2001	467		500.5	
		2027		503.63
2002	502		506.75	
		2066		511.63
2003	540		516.50	
		2170		529.50
2004	557		542.50	
		2254		553.00
2005	571		563.50	
		2326		572.50
2006	586		581.50	
2007	612	-	-	-

ਉਦਾਹਰਣ 6

ਹੇਠ ਦਿਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਤਿੰਨ ਸਾਲਾ ਅਤੇ ਪੰਜ ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਸਾਲ :	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
ਮੁੱਲ :	1	2	4	7	11	16	22	29	37

ਸਾਲ :	1989	1990
ਮੁੱਲ :	46	56

ਹੱਲ :

ਸਾਲ	ਮੁੱਲ	3-yearly moving total	3-yearly moving average	5-yearly moving total	5-yearly moving average
1980	1	-	-	-	-
1981	2	7	2.33	-	-
1982	4	13	4.33	25	5
1983	7	22	7.33	40	8
1984	11	34	11.33	60	12
1985	16	49	16.33	85	17
1986	22	67	22.33	115	23
1987	29	88	29.33	150	30
1988	37	112	37.33	190	38
1989	46	139	46.33	-	-
1990	56	-	-	-	-

ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਦੇ ਗੁਣ

1. ਇਹ ਵਿਧੀ ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਆਸਾਨ ਹੈ।
2. ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿਚ ਜੇ ਕੁਝ ਹੋਰ ਮੱਦਾਂ ਜੋੜ ਦਿੱਤੀਆਂ ਜਾਣ ਤਾਂ ਗਣਨਾਂ ਵਿਚ ਜ਼ਿਆਦਾ ਫਰਕ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।
3. ਜਦ ਅੰਕੜਾ ਲੜੀਆਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਲੰਬੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿਧੀ ਵਿਵਹਾਰਕ ਵਿਧੀ ਹੈ।
4. ਇਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ Trend Value ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਪੱਸ਼ਟਤਾ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਦੇ ਔਗੁਣ

1. ਇਹ ਵਿਧੀ ਸਾਰੇ ਸਾਲਾਂ ਦੀ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿਚ ਤਬਦੀਲੀ ਦਾ ਮਾਪ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ।
2. ਇਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਅਨਿਰੰਤਰ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਤੌਰ ਤੇ ਖਤਮ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ।
3. ਸਮੇਂ ਦੀ ਉੱਚਿਤ ਚੋਣ ਬਾਰੇ ਕੋਈ ਸਪਸ਼ਟ ਢੰਗ ਨਹੀਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ।

16.3.2 ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ (Method of Least Squares)

ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ Trend ਮਾਪਣ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਪ੍ਰਚਲਿਤ ਢੰਗ ਹੈ। ਇਕ ਫਰਾਂਸੀਸ ਗਣਿਤ ਵਿਗਿਆਨੀ ਲੀਜੈਂਡਰ (Legender) ਨੇ ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਈਜਾਦ ਕੀਤਾ।

ਮੰਨ ਲਓ $Y = a+bx$ ਇਕ Linear ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ ਜਿਥੇ a ਅਤੇ b ਅਗਿਆਤ Constants ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਦੋ ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਣਾ (Normal Equations) ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ।

ਦੋ ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਨਾ

$$\sum y = na + b\sum x \text{ .... (i)}$$

$$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2 \text{ .... (ii)}$$

ਜਿਥੇ n = ਸਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ।

$\sum y = y$ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਜੋੜ।

$\sum x = x$ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ ਜੋੜ।

$\sum x^2 = x$ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਵਰਗ ਦਾ ਜੋੜ।

$\sum xy = x$ ਅਤੇ y ਮੱਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦਾ ਜੋੜ।

ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ $\sum x, \sum xy, \sum x^2$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸਮੀਕਰਣਾਂ (i) ਅਤੇ (ii) ਵਿੱਚ ਭਰੋ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਕੇ a ਅਤੇ b ਦੇ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਇਹ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਣ Y = a+bx ਵਿੱਚ ਭਰਕੇ ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਝੁਕਾਉ (Linear Trend) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਇਹ ਵਿਧੀ ਹੇਠ ਦਸੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਪੂਰੀਆਂ ਹੋਣ ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

1. $\sum(y - y_c) = o$, y ਦੇ ਅਸਲ ਮੁੱਲ ਅਤੇ y ਦੇ ਗਣਨਾ ਕੀਤੇ ਮੁੱਲ y_c ਦੇ ਵਿਚਲਨਾ ਦਾ ਜੋੜ ਸਿਫਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
2. $\sum(y - y_c)^2$ ਨਿਊਨਤਮ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ Line of Best Fit ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਨੋਟ :

ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਇਹ ਸਪਸ਼ਟ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਿਹੜਾ ਸਾਲ ਕੇਂਦਰ ਬਿੰਦੂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 7:

ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਨਾਲ Trend Line ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ।

ਸਾਲ	:	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
ਸੇਲ (Sale)	:	80	90	92	83	94	99	92	94

ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਗਰਾਫ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਉ ਅਤੇ Trend line ਦਿਖਾਉ।

ਹੱਲ :

ਸਾਲ	Sales Y	Deviations from 2003.5	Deviations Multiplied by 2 X	XY	X^2	Y_c
2000	80	-3.5	-7	-560	49	83.0
2001	90	-2.5	-5	-450	25	85.5
2002	92	-1.5	-3	-276	9	88.0
2003	83	-.5	-1	-83	1	90.5
2004	94	+.5	+1	+94	1	93.0
2005	99	+1.5	+3	+297	9	95.5
2006	92	+2.5	+5	+460	25	98.0
2007	94	+3.5	+7	+728	49	100.5
N=8	$\sum y = 734$			$\sum xy = 210$	$\sum x^2 = 168$	$\sum y_c = 734$

ਹੁਣ Y = a+bx

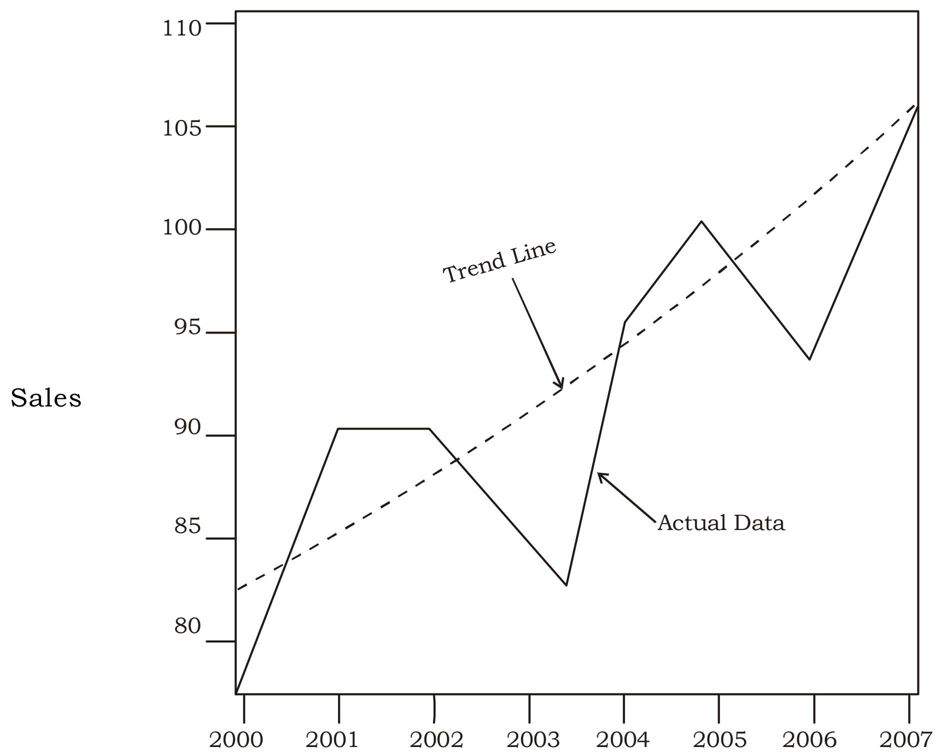
$$\sum x = o, \therefore a = \frac{\sum Y}{N} = \frac{734}{8} = 91.75, \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{210}{168} = 1.25$$

$$\therefore Y = 91.75 + 1.25\,X$$

$Y_{2000} = 91.75 + 1.25(-7) = 91.75 - 8.75 = 83$

Trend Values ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ b ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੁਗਣਾ ਕਰੋ ਅਰਥਾਤ $1.25 \times 2 = 2.5$ ਅਤੇ ਪਿਛਲੇ ਮੁੱਲ ਵਿਚ ਜਮਾਂ ਕਰੋ।

$Y_{2001} = 83 + 2.5 = 85.5$



ਸਾਲ Years

ਚਿੱਤਰ 6

ਉਪਰ ਚਿੱਤਰ 6 ਵਿੱਚ Trend ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਣ 8

ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ Trend Line ਦਾ ਨਿਰਮਾਣ ਕਰੋ।

ਦਿਨ :	1	2	3	4	5	6	7
ਵਿੱਕਰੀ :	20	30	40	20	50	60	80

ਹੱਲ:

	ਦਿਨ X	ਵਿਕਰੀ Y	XY	X^2	Trend Values Y_c = 7.14+8.93X	Deviations of items from trend values $(Y-Y_c)$
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	1	20	20	1	16.07	3.93
	2	30	60	4	25.00	5.00
	3	40	120	9	33.93	6.07
	4	20	80	16	42.86	-22.86
	5	50	250	25	51.79	-1.79
	6	60	360	36	60.72	-0.72
	7	80	560	49	69.65	10.35
Total	28	300	1450	140	N=7	0.00

$Y_c = a + b X$

ਨਾਰਮਲ ਸਮੀਕਰਣਾ

$\sum y = Na + b\sum x$ .... (i)

$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2$ .... (ii)

$\therefore 300 = 7a + 28b$ .... (i)

$1450 = 28a + 140\,b$ .... (ii)

ਸਮੀਕਰਣ (i) ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ

$28\,a + 112\,b = 1200$

$28a + 140\,b = 1450$

$\Rightarrow 28b = 250$

ਜਾਂ $b = \dfrac{250}{28} = 8.93$

$\therefore$ b ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਣ (i) ਵਿਚ ਭਰਨ ਤੇ

$7a + 28\,(8.29) = 300 \;\therefore a = \dfrac{50}{7} = 7.14$

ਹੁਣ $a = 7.14$ ਅਤੇ $b = 8.93$

$\therefore Y_c = 7.14 + 8.93\,X$ (Trend Line)

Computation of Trend Values

ਜਦੋਂ $X = 1,\ y_c = 7.14 + 8.93\,(1) = 16.07$

ਜਦੋਂ $X = 2, y_c = 7.14 + 8.93 (2) = 25.00$

ਜਦੋਂ $X = 3, y_c = 7.14 + 8.93 (3) = 33.93$

ਜਦੋਂ $X = 4, y_c = 7.14 + 8.93 (4) = 42.86$

ਜਦੋਂ $X = 5, y_c = 7.14 + 8.93 (5) = 51.79$

ਜਦੋਂ $X = 6, y_c = 7.14 + 8.93 (6) = 60.72$

ਜਦੋਂ $X = 7, y_c = 7.14 + 8.93 (7) = 69.65$

ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਦੇ ਗੁਣ

1. ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹਰ ਇਕ ਸਮੇਂ ਦਾ ਤਬਦੀਲੀ ਮੁੱਲ (Trend Value) ਗਿਆਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
2. ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿਚ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
3. Trend Line ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਭਵਿੱਖ ਦੀਆਂ ਮੱਦਾਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਦੇ ਔਗੁਣ

1. ਇਹ ਵਿਧੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੈ।
2. ਇਹ ਵਿਧੀ ਲਚਕਦਾਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

2.4.4 ਸਾਰਾਂਸ਼

ਇਸ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਅਲੱਗ ਅਲੱਗ ਹਿੱਸਿਆਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੱਤੀ ਹੈ। ਤਬਦੀਲੀ (Trend) ਦੇ ਮਾਪ ਕਰਨ ਦੇ ਮੁੱਖ ਦੋ ਢੰਗ ਅਰਥਾਤ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਵਿਧੀ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਬਾਰੇ ਵੀ ਉਦਾਹਰਣਾ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

2.4.5 ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਛੋਟੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ ?
2. ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਕਿਹੜੇ ਹਿੱਸੇ ਹਨ। ਵਰਣਨ ਕਰੋ।
3. ਚੱਕਰੀ ਤਬਦੀਲੀਆਂ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ।
4. ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਢੰਗ ਦੇ ਗੁਣ ਅਤੇ ਔਗੁਣ ਬਾਰੇ ਦਸੋ।
5. ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ (Method of Least Square) ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ।

ਵੱਡੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ 4 ਸਾਲਾ ਗਤੀਮਾਨ ਔਸਤ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ:

ਸਾਲ	:	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
ਉਤਪਾਦਨ	:	75	85	98	90	95	108	124	140	150	160

(in tonner)

2. ਸਮਾਂ ਸਾਰਣੀ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ ? ਇਸਦੇ ਕਿਹੜੇ ਕਿਹੜੇ ਹਿੱਸੇ ਹਨ ? ਵਰਣਨ ਕਰੋ।
3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ Trend Values ਤੋਂ Trend Line ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਸਾਲ	:	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
ਉਤਪਾਦਨ	:	70	75	90	91	95	98	100

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ 5 ਸਾਲਾ Moving Average ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ Trend ਕੱਢੋ।

Year	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
No. of Students	342	327	367	402	412	415	420	437	415	448

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ ਨਿਊਨਤਮ ਵਰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ Trend Value ਦੱਸੋ।

ਸਾਲ	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
No. of Sheep (Lakhs)	56	55	51	47	42	38	35	32

2.4.6 ਪੜ੍ਹਨ ਯੋਗ ਪੁਸਤਕਾਂ

1. Gupta S.P : Statistical Methods
2. Elhance D.N. : Fundamentals of Statistics

Type Setting :
Department of Distance Education, Punjabi University, Patiala.